ARBITRAGEM DE VOLATILIDADE: UM ESTUDO SOBRE O MERCADO BRASILEIRO DE OPÇÕES SOBRE AÇÕES

Giovanna Francisco Curci – giovannacurci3@gmail.com
Pedro Fernandes Eliseu Silva – pedrofes29@hotmail.com
Prof. Ms. Karl Friehe (Orientador) – karl.friehe@mackeznie.br

RESUMO / ABSTRACT

Neste trabalho, será abordada a estratégia de venda de volatilidade realizada por um investidor pessoa física no mercado brasileiro de derivativos. Diante de um contexto onde a taxa de juros brasileira está no menor patamar histórico, o investidor deve cada vez mais tomar riscos em prol de um rendimento mais elevado de seus ativos e, ao mesmo tempo, minimizando os riscos com a variação de preços.

O objetivo principal será o de comparar os resultados obtidos através do modelo Black and Scholes, que, por sua vez, não considera os custos operacionais e posteriormente comparar os mesmos resultados caso fossem aplicados os custos operacionais para que assim, seja possível verificar a viabilidade desse investimento no mercado de pessoa física no Brasil.

Antes de desenvolver a operação em si, foi dada uma introdução nos principais tipos de derivativos, com ênfase no mercado de opções, que é o tipo de derivativo utilizado no trade. Também foi explicado o modelo adotado atualmente de precificação de opções, Black and Scholes, bem como suas premissas, características e suas variáveis.

Palavras-chave: Black & Scholes. Derivativos. Taxa de Juros. Volatilidade.

VOLATILITY ARBITRATION: A STUDY ON THE BRAZILIAN SHARE OPTION MARKET

ABSTRACT / RESUMO

In this paper, it will be discussed the strategy of selling volatility performed by an individual investor in the Brazilian derivatives market. Faced with a context where the Brazilian interest rate is at the lowest historical level of the country's economy, the investor must take more risks in favor of a higher yield of your assets and, at the same time, minimizing risks and price variations. .

The main objective will be to compare the results obtained by the Black and Scholes model, which do not consider the operational costs, and then compare the same results if the operating costs were applied to the individual investor in Brazil, in order to verify the viability of this operation in retail market.

Before developing the trade, an introduction was made to the mainly types of derivatives, with an emphasis on the options market, which is the type of derivatives applied on the deal mentioned. Also, it was explained the current model of options pricing, Black and Scholes, its assumptions, characteristics and its variables.

Keywords: Black & Scholes. Derivatives. Interest Rate. Option Market. Volatility.

1 INTRODUÇÃO

Historicamente o país nunca esteve sob um regime cuja taxa básica de juros Selic estivesse abaixo dos 6,5% a.a. como vivemos hoje. Neste contexto, o investidor deverá assumir cada vez mais riscos para buscar uma rentabilidade maior de seus ativos, através de investimentos mais agressivos e novas alternativas no mercado de renda variável. Em paralelo, a modernização e evolução da bolsa de valores (B3 - antiga BM&FBovespa), possibilitou oportunidades de alocação e de diversificação de risco de um portfólio de investimentos.

O presente trabalho possui como objetivo a análise do mercado de derivativos brasileiro, com um enfoque sobre o estudo de estratégias de arbitragem de volatilidade relacionadas às opções sobre ações, de forma que o investidor obtenha lucro e minimize os riscos com a variação de preços. Será abordado com mais detalhes o mercado de derivativos e opções no Brasil e o modelo de precificação desse determinado derivativo que daremos foco ao longo do trabalho, desenvolvido por Fisher Black e Myron Scholes da década de 1970, conhecido como modelo de Black and Scholes.

Por último, será feita uma análise da aplicação da estratégia de arbitragem de volatilidade realizada utilizando as ações e as opções do Banco do Brasil (BBAS3).

2 MATERIAIS E MÉTODOS (MÉTODO, METODOLOGIA)

No presente trabalho, serão introduzidas diferentes vertentes estratégicas que buscam trazer lucro ao investidor através de operações envolvendo opções. Além disso, será demonstrada uma operação feita na bolsa de valores (B3 - antiga BM&FBovespa) utilizando opções sobre ações, buscando explorar distorções na volatilidade implícita de algumas ações. A operação apresentada possui o objetivo de, além de exemplificar através de um evento concreto a possibilidade de identificar oportunidades no mercado de opções e obter lucro, testar a viabilidade deste tipo de estratégia quando aplicado no mercado de pessoa física. Portanto, para isso, serão considerados todos os custos operacionais aplicados a este mercado, cujos dados foram retirados do site da própria B3 e da corretora de valores mobiliários (anônimo) que foi utilizada como referência para o embasamento dos custos operacionais. Os custos de corretagem serão desconsiderados, pois a corretora de valores (anônimo) considerada como referência para a realização da operação isenta os investidores deste custo. No final da operação, serão deduzidos do resultado todos os custos operacionais envolvidos e então será apresentada uma conclusão.

Todos os dados utilizados para que a operação pudesse ser realizada, entre cotações, volatilidade histórica e implícita utilizadas, valor das letras gregas, entre outros, foram retirados de fontes confiáveis, através do site da B3, da corretora de valores mobiliários XP Investimentos CCTVM, da plataforma Broadcast e também a da Bloomberg.

3 O MÉTODO DE BLACK AND SCHOLES

Em 1973, o ano de inauguração da *Chicago Board Options Exchange* (CBOE), Fischer Black e Myron Scholes introduziram o primeiro modelo prático de precificação de opções. O contexto naquela época eram modelos de precificação já existentes bastante complexos com estruturas matemáticas avançadas. O cálculo de tais modelos e a solução das respectivas equações em um curto período de tempo era inviável, por conta de uma desvantagem tecnológica e, consequentemente, muitas oportunidades de lucro eram perdidas.

O modelo de Black and Scholes, como ficou conhecido naquela época, trazia em suas equações uma aritmética relativamente simples, com poucos inputs, sendo a maioria destes facilmente interpretado.

O modelo original de Black and Scholes considerava a precificação somente de opções do estilo europeu e de ações não pagadoras de dividendos. Pouco tempo depois, o modelo passou a considerar a variável "dividendos", tendo em vista que a maioria das empresas listadas naquela época de fato eram pagadoras de dividendos. Em 1976, novas alterações foram feitas por Fisher Black, de forma a possibilitar a precificação de opções sobre contratos futuros.

No entanto, a maioria das opções negociadas naquela época eram americanas, as quais possibilitam ao detentor da opção o exercício antecipado. Segundo Sheldon Natenberg em seu livro "*Option Pricing and Volatility - Advanced Strategies and Trading Techniques*", apesar de o modelo Black and Scholes considerar somente opções europeias, muitos *traders* acreditam que a praticidade do Black and Scholes sobrepõe-se à pequena distorção da precificação de opções americanas através do uso de modelos mais avançados. Em suma, essa diferença de preços em muitos mercados é praticamente irrisória, a ponto de não valer a pena o esforço adicional para a aplicação de um modelo matemático mais avançado que considere o exercício antecipado das opções.

Outro ponto a ser considerado é que inicialmente o modelo considerava somente a precificação de *calls*. No entanto, o mesmo valor poderia ser obtido para as *puts* ao se levar em consideração a paridade entre *calls* e *puts*. Neste caso, basta saber o valor da *call* cujo preço de exercício e prazo para o vencimento são iguais aos da *put* a ser calculada.

3.1 PRINCIPAIS PREMISSAS

Segundo o próprio artigo original "*The Pricing of Options and Corporate Liabilities*", divulgado por Fischer Black e Myron Scholes em 1973, e suas adaptações em anos posteriores, para que o valor de uma opção dependa somente do preço do ativo objeto, do prazo até a data de exercício da opção e de outras variáveis que serão consideradas constantes, algumas premissas deverão ser respeitadas. São elas:

- A taxa de juros de curto prazo é conhecida e constante ao longo do tempo;
- O comportamento do preço de uma ação segue um movimento Browniano geométrico, assumindo que a taxa de retorno esperado para uma ação, assim como sua volatilidade, são constantes.
- É possível tomar emprestado e emprestar dinheiro a uma taxa de juros de curto prazo constante;
- É possível comprar ou vender quantidades fracionárias de ações;
- Não há nenhuma penalidade para a venda à descoberto de uma ação;
- Não há nenhum pagamento de dividendo ao longo da vida da opção;
- Não existem custos de transação.
- Não existem oportunidades de arbitragem, ou seja, não existe a possibilidade de obter lucro sem risco.

Vale ressaltar que a última premissa, a qual não considera custos de transação no modelo, será crucial para o estudo do presente trabalho. Portanto, para testar a viabilidade do modelo com o objetivo de utilizá-lo para identificar oportunidades no mercado de opções brasileiro para o público de varejo em linhas gerais, levaremos em consideração todos os custos operacionais praticados no ambiente em questão. Mais adiante no trabalho entraremos em maiores detalhes sobre os custos operacionais à serem considerados.

3.2 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS

Com as principais premissas respeitadas, o modelo de Black and Scholes assume que para o cálculo do preço teórico de uma opção, cinco características básicas da opção em questão deverão ser conhecidas:

1. O preço de exercício;

2. O tempo restante até a data de vencimento da opção;
3. O preço do ativo objeto;
4. A taxa livre de risco correspondente ao prazo até a data de vencimento da opção;
5. A volatilidade do ativo objeto.

Caso todas as cinco características mencionadas forem conhecidas, é possível, através da equação genérica de Black and Scholes, realizar o cálculo do preço teórico de uma opção.

Porém, é importante levar em consideração a forma que cada uma das variáveis impacta no preço de uma opção:

- Preço de Exercício:

Quanto maior o preço de exercício de uma *call*, menor a probabilidade de exercício no vencimento e, portanto, mais barato será o valor da *call*. No caso das *puts*, o contrário é verdadeiro, ou seja, quanto menor o preço de exercício de uma *put*, menor será o valor da opção.

- Tempo para o Vencimento:

O tempo para o vencimento possui impacto direto no cálculo da probabilidade de uma oscilação favorável do ativo objeto. Porém, trata-se de uma variável que está constantemente perdendo valor à medida que o tempo passa e o tempo até o vencimento da opção diminui. Portanto, de maneira geral, independentemente da opção, seja *call* ou *put*, salvo algumas exceções, quanto maior for o prazo até o vencimento da opção, mais caro tende a ser o seu preço.

Outro ponto importante a se levar em consideração é que o prazo até o vencimento da opção também impactará diretamente no cálculo da volatilidade prevista para o período até o vencimento, assim como a taxa de juros. O primeiro fator leva em consideração somente os dias úteis até o vencimento, dado que o ativo-objeto da opção poderá oscilar somente nos pregoes que ocorrerem até lá. Por outro lado, a taxa de juros do período levará em consideração os dias corridos até o vencimento. Portanto, o modelo deverá ser capaz de interpretar corretamente o input “Tempo para o Vencimento”, dado os pontos levantados.

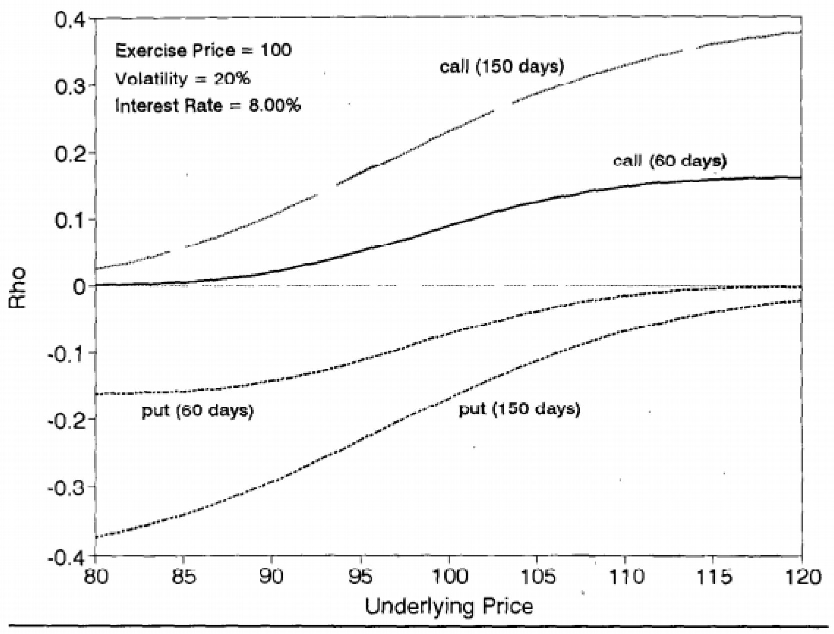
- Preço do Ativo Objeto:

Quanto maior for o preço do ativo objeto no mercado, maiores serão os preços das calls, dado que a probabilidade de exercício é maior à medida que o ativo objeto valoriza-se. No caso das *put’s*, os preços ficam mais baratos conforme uma oscilação positiva do ativo objeto. O contrário também é verdadeiro.

- Taxa de Juros

Ao se analisar o impacto de uma oscilação na taxa básica de juros sobre o perco das opções, e preciso levar em consideração dois fatores. O primeiro fator e que, se há um acréscimo na taxa básica de juros praticada no mercado, o valor futuro esperado ao se comprar uma ação também aumenta. Neste ponto de vista, o preço das *calls* tende a ficar mais caro e o das *puts* mais barato. Por outro lado, o custo de oportunidade ao se comprar uma opção após um acréscimo na taxa básica de juros também aumenta, o que neste caso deveria baratear o preço das opções. Todavia, o primeiro efeito a tende a se sobrepor ao segundo efeito, como é demonstrado no gráfico abaixo e demonstrado por Natenberg (1994):

Gráfico 1- Rho de opção de ação versus preço do ativo objeto



Fonte: Natenberg, 1994, p. 119.

- Volatilidade

Quanto maior a volatilidade do ativo objeto, maior é o range de oscilação que este ativo pode ter ao longo do tempo e, portanto, maior a probabilidade de exercício de uma opção. Neste sentido, quanto maior a volatilidade do ativo objeto, maior será o preço da opção, seja *call* ou *put*.

De todos os inputs do modelo, a volatilidade do ativo objeto é considerada o mais relevante, devido às alterações drásticas no preço de uma opção que ela pode gerar e a dificuldade de estimá-la corretamente. Dedicaremos um subcapítulo especial no presente trabalho para detalhar mais sobre os efeitos da volatilidade no modelo de precificação de opções e as maneiras utilizadas atualmente de como estimá-la apropriadamente.

3.4 PREÇO TEÓRICO DE UMA OPÇÃO

Segundo Hull (2014), a fórmula para o cálculo do valor teórico de uma *call* do tipo europeia, através do modelo previamente discutido por Fischer Black e Myron Scholes, é:

$$C = S_0\ N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$$

Em que:

C = Preço teórico da *call*
S = Preço do ativo objeto
T = tempo para o vencimento
K = Preço de exercício da opção
r = taxa de juros
N = Distribuição Normal Cumulativa Padrão
e= operador exponencial
$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right).T}{\sigma\sqrt{T}}$
$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$
σ = desvio padrão dos retornos do ativo anualizados
ln = logaritmo natural

Em um universo neutro ao risco, Hull (2014) aponta N(d2) como a probabilidade da *call* estar *in-the-money* no vencimento, ou seja, o preço do ativo objeto S estar acima do preço de exercício K da opção na data de vencimento. No mesmo contexto, em um universo neutro ao risco, o termo N(d1) exige uma interpretação um pouco mais avançada. Para detalhar melhor, N(x) representa uma função de distribuição de probabilidade cumulativa. Ou seja, representa a probabilidade de uma variável normalmente distribuída ser menor do que x. Para exemplificar melhor, quando tomamos como parâmetro a expressão $S_0\ N(d_1)e^{rT}$, podemos interpretá-la como o valor esperado de uma ação no momento T, sob a condição de que todos os valores desta mesma ação quando abaixo do preço de exercício da opção sejam equivalentes a zero. Portanto, o autor sugeriu que, dadas tais condições, em um universo neutro ao risco, o valor de *pay-off* neste caso seria:

$$S_0\ N(d_1)e^{rT} - KN(d_2)$$

Trazendo a equação acima a valor presente, do tempo T ao tempo zero, chegamos a equação de Black & Scholes para uma *call* do tipo europeia:

$$C = S_0\ N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$$

Portanto, no vencimento, N (d1) e N (d2) serão sempre iguais a 1, caso a opção esteja *in-the-money*, ou iguais a zero caso contrário.

Além disso, uma importante observação a ser feita é que a fórmula do valor da opção, como uma função do preço de uma ação, não depende do retorno esperado da ação. Ou seja, o valor de uma opção é independente do retorno esperado do ativo objeto. No entanto, o retorno esperado de uma opção dependerá do retorno esperado da ação.

Outra observação relevante é que um aumento nas variáveis T, r e σ geram um aumento no valor de C, ou seja, encarecem o preço da *call*.

3.5 LETRAS GREGAS

Uma instituição financeira que vende um contrato de opção a um cliente no mercado de balcão é confrontado com o desafio de gerenciar seu risco. Se a opção possuir os mesmos parâmetros das opções negociadas no mercado de Bolsa, a instituição neutraliza sua exposição comprando o mesmo instrumento vendido ao cliente. Por outro lado, a opção pode ser modificada em função da necessidade do cliente, saindo dos padrões negociados na Bolsa, dificultando ainda mais a proteção da posição tomada.

Nesta etapa do trabalho, discutiremos algumas das abordagens alternativas para esse problema, através das grandezas denominadas "letras gregas" ou simplesmente "gregas". Cada letra grega mede uma dimensão diferente do risco em uma posição de opção e o objetivo do trader é gerenciar as gregas para que todos os riscos sejam aceitáveis. Cada grega é a derivada parcial de cada uma das variáveis que compõem o preço de uma opção, desenvolvido no modelo de Black and Scholes.

Delta – É a primeira derivada da equação de Black and Scholes em relação ao preço do ativo objeto, cujo valor varia de zero até um, sendo as opções *in the Money* com maiores deltas (acima de 0,50) e as opções *out of the Money* com delta próximo de zero. O delta possui diferentes interpretações, as quais podem destacar:

- Representa uma medida de como o valor de uma opção se altera à medida que o preço do ativo objeto oscila;
- Representa a probabilidade de exercício de uma opção;

-Da costa considera que uma boa interpretação para o delta é “o nível de agressividade de uma opção, ou o quanto ela é capaz de acompanhar as variações do à vista. Deltas menores indicam opções menos agressivas. Deltas maiores indicam opções mais agressivas” (DA COSTA, 1998, p.36).

- Representa numericamente o ajuste necessário a ser feito em dada posição do ativo objeto com o objetivo de neutralizar o risco de uma posição na opção, seja *call* ou *put*. Para este evento, utilizamos o termo "*delta hedge*" e entraremos em mais detalhes mais adiante no presente trabalho, a ser demonstrado inclusive na parte experimental.

O delta de uma *call* é positivo e varia entre zero e um, enquanto o delta da *put* é negativo e varia entre zero e menos um. Quanto mais dentro do dinheiro, maior será o delta e o oposto é verdadeiro. No exemplo abaixo, o delta de uma *call* pode ser calculado, segundo Hull, considerando a equação abaixo:

$$\Delta \text{ (call)} = N(d_1)$$

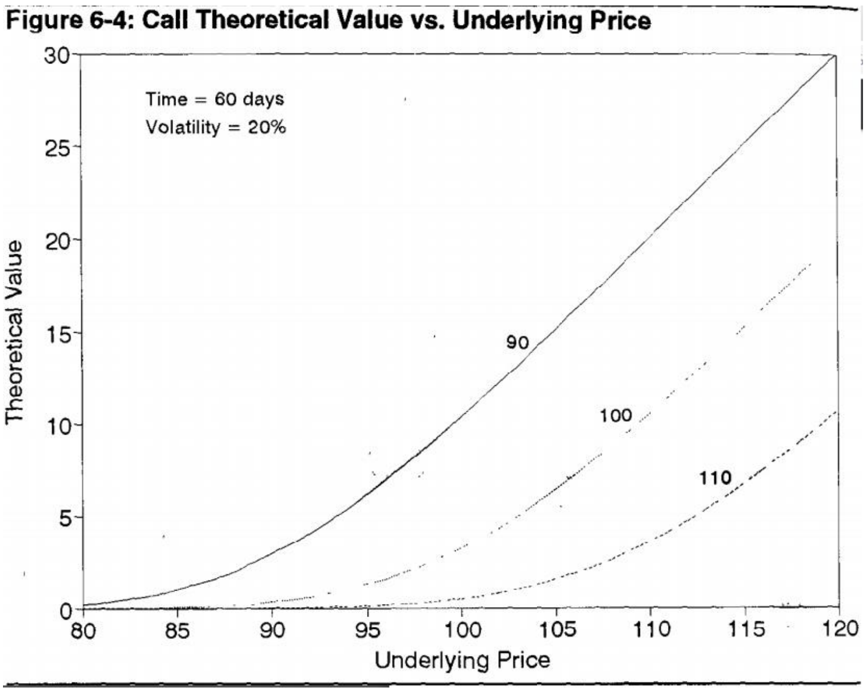
$$\Delta \text{ (put)} = N(d_1) - 1$$

Considerando uma variação do preço S da ação de \$18 para \$22 e variação do preço da opção de \$0 para \$1, chega-se em um delta de 0.25.

$$\frac{1-0}{22-18} = 0.25$$

A figura abaixo mostra o comportamento do delta de acordo com a variação do ativo à vista.

Gráfico 2- Delta de opção de ação versus preço do ativo objeto



Fonte: Natenberg (1994, p. 100).

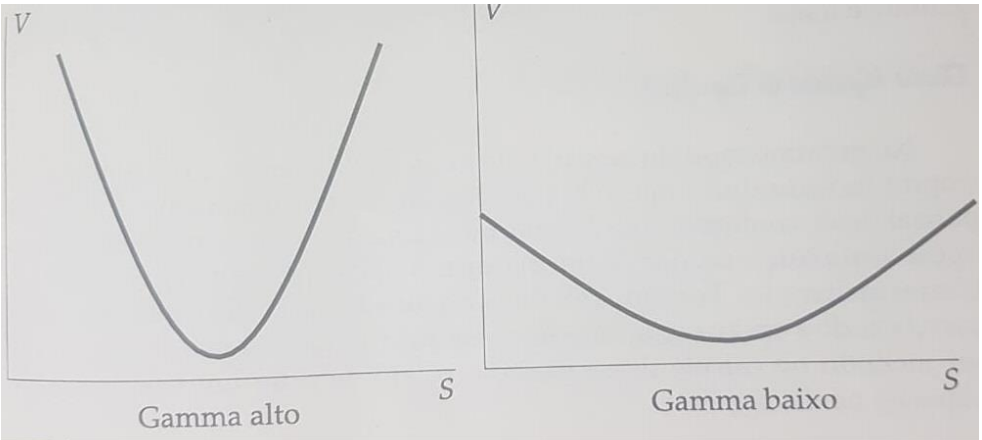
Gamma – É a segunda derivada da equação de Black and Scholes em relação ao preço do ativo objeto. Representa a taxa de mudança do delta em função da alteração no preço do ativo objeto. Opções *out-of-the-money* e *in-the-money* possuem menores gammas do que opções *at-the-money*. Se possuir um valor baixo, o delta é levemente alterado. Se o valor do gamma for alto, positivo ou negativo, significa que o delta é mais sensível às variações de preço.

Portanto, o gamma é uma medida a partir de quanto varia o delta de uma opção para cada R$ 1,00 que o preço à vista (S) subir. Se uma opção de delta igual a 0,50 tiver um gamma de 0,02, se o preço do ativo S subir R$ 1,00, a opção passa a ter delta igual a 0,52. É uma medida de o quão rápido a opção pode modificar seu valor, transitando entre *out-of-the-money* e *in-the-money*. A equação é concebida do seguinte modo:

$$\Gamma = \frac{N\prime(d_1)}{S_0\ \sigma\sqrt{T}}$$

Graficamente, é o quanto uma curvatura de V x S é acentuada.

Gráfico 3- Gamma



Fonte: Da Costa (1998, p. 51).

Em ambos os casos, tem-se gammas positivos. Caso a concavidade fosse voltada para baixo, trataria-se de gammas negativos.

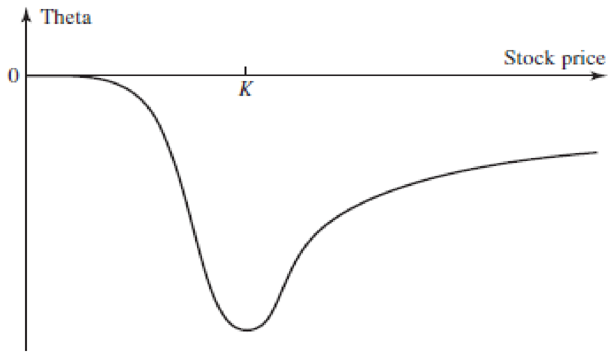
Theta – É a derivada da equação de Black and Scholes em relação à variável período de tempo até o vencimento da opção. Representa a taxa de mudança do valor da opção conforme a passagem do tempo, considerando todas as outras variáveis constantes. O theta geralmente representa um valor negativo, pois à medida que o tempo passa, considerando todas as outras variáveis constantes, a opção perde valor. Opções *out-of-the-money* e *in-the-money* possuem menores thetas do que as opções *at-the-money*, conforme se observa em:

$$\Theta \text{ (call)} = -\frac{S_0\ N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT}N(d_2)$$

$$\Theta \text{ (put)} = -\frac{S_0\ N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}N(-d_2)$$

A figura abaixo representa a variação do theta de uma opção do tipo europeia, conforme a variação do preço do ativo objeto:

Gráfico 4 - Variação do Theta de uma *call* europeia versus preço da ação



Fonte: Hull (2014, p. 410).

Considerando K o *strike*, quanto mais próximo do *at-the-Money* for o preço da opção, maior será o valor do theta e quanto mais *out-of-the-Money* ou *in the Money,* menor o theta, sendo as *out the money* próximo a zero.

Vega – É a derivada da equação de Black and Scholes em relação à volatilidade. Representa a taxa de mudança do valor da opção conforme uma alteração na volatilidade do ativo objeto. Na prática, a volatilidade do ativo-objeto se altera ao longo do tempo. Isso significa que o valor da opção pode oscilar de acordo com mudanças na volatilidade do ativo-objeto. Opções *out-of-the-Money* e *in-the-Money* possuem menores vegas do que opções *at-the-Money.*

$$\nu = S_0\sqrt{T}\,N'(d_1)$$

Rho – É a derivada da equação de Black and Scholes em relação à taxa de juros. Representa a taxa de mudança do valor da opção conforme uma alteração na taxa de juros, considerando todas as outras variáveis constantes. *Calls* possuem um rho positivo, tendo em vista que um incremento na taxa de juros tornará uma *call* um veículo mais atrativo para se comprar uma ação. Em contrapartida, um incremento na taxa de juros torna a compra de *puts* menos atrativa, o que resulta em um rho negativo no caso das *puts*.

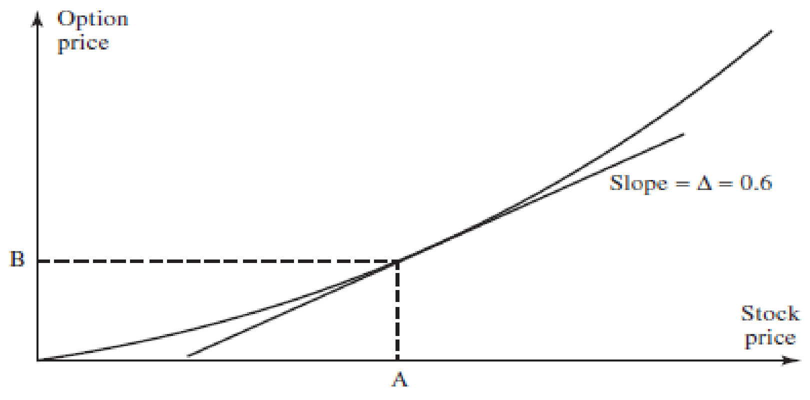
$$\text{rho (call)} = KTe^{-rT}N(d_2)$$
$$\text{rho (put)} = -\,KTe^{-rT}N(-d_2)$$

3.6 DELTA *HEDGE*

Conforme foi abordado anteriormente, é possível replicar uma opção com uma determinada posição em seu ativo objeto em uma dada proporção chamada de *hedge ratio* ou delta. Este valor é instável e se altera constantemente de acordo com a oscilação do ativo objeto e o passar do tempo. A operação cujo objetivo é o de manter o portfólio neutro ao risco do delta é denominada como delta *hedge*.

Voltando novamente à definição de delta, esta medida corresponde à taxa de mudança do preço da opção, dada uma variação de preço do ativo objeto. Seria a inclinação da curva que relaciona o preço de uma opção com o preço de um ativo objeto. Ilustrando melhor, suponha que o delta de determinada *call* atrelada a uma ação seja de 0,6. Isso significa que conforme determinada variação de preços desta ação, a *call* variará 60% deste valor. O gráfico abaixo detalha este comportamento. Observe que, quando o preço da ação está no valor A o preço da opção corresponde ao valor B, portanto o delta seria a inclinação desta curva, conforme indicado abaixo:

Gráfico 5 - Cálculo do delta



Fonte: Hull (2014, p. 403).

De forma geral, delta pode ser definido como:

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial s}$$

Tal que C seria o preço da *call* e S o preço da ação.

Supondo que, neste mesmo exemplo, o preço da ação seja de R$50 e o preço da opção de R$5. Se determinado investidor vendesse 2.000 opções, esta posição poderia ser alvo de *hedge* comprando 0,6 x 2000 = 1200 ações. Repare que, o ganho/prejuízo na posição comprada nas ações tenderia a se contrabalancear com o ganho/prejuízo na posição vendida nas opções. Por exemplo, caso a ação se valorizasse em R$1,00, gerando um lucro nas ações de R$1200, o preço da opção tenderia a se valorizar em 0,6 x R$1,00 = R$0,60, gerando um prejuízo de R$1200 nas opções. Se o preço das ações se desvalorizasse em R$1,00, gerando um prejuízo de R$1200, o preço das opções tenderia a se desvalorizar também em R$0,60, gerando um lucro dos mesmos R$1200.

Neste exemplo, o delta desta posição é descrito da seguinte forma:

$$0{,}6 \times (-2000) = -1200$$

Isso significa que o investidor irá perder 1200ΔS na posição das opções quando o valor da ação valorizar-se em ΔS. O delta de uma única ação é 1.0 (100%), portanto uma posição comprada em 1200 ações teria um delta de +1200. Desta forma, é possível concluir que, ao balancear o delta da opção (-1200) e o delta da ação (+1200), o delta da posição total do investidor será de zero. O delta da posição comprada nas ações contrabalanceia o delta da posição vendida nas opções. Neste caso, quando uma posição possui um delta cujo valor é 0 denominamos esta posição como delta neutro.

No entanto, é importante destacar que como o delta de uma opção não é constante, a posição delta neutro mantém-se durante um período curto de tempo. Este ajuste deve ser feito periodicamente, movimento conhecido como rebalanceamento. No exemplo dado, passado um dia de negociação, o preço da ação pode ter se valorizado para R$60. Conforme indicado no gráfico três, um acréscimo no preço da ação leva a um aumento do delta. Supondo que o delta se altere de 0,60 para 0,65, isso implicaria em 0,05 x 2000 = 100 ações adicionais que deveriam ser compradas para manter o *hedge*. Este procedimento em que, o *hedge* é ajustado regularmente, é conhecido como *hedge* dinâmico.

Note que, quanto maior a frequência de ajustes no delta, mais eficiente será o *hedge*, dado que o delta está constantemente se alterando. Todavia, ao negociar o ativo subjacente da opção, incidem-se custos de transação que não podem ser desconsiderados. Portanto, ao aumentar-se a frequência de rebalanceamentos com a finalidade de reduzir o erro de *hedge*, os custos de transação crescem infinitamente. Desta forma, é possível concluir que a incidência de custos de transação impossibilita o rebalanceamento contínuo da carteira, previsto no modelo de Black-Scholes (HEILBRUN,2017).

Atualmente, existem outros modelos que consideram a existência de custos de transação e de seus impactos no erro de replicação em uma estratégia de *hedge* dinâmico. No entanto, no presente trabalho não será abordado tal vertente, e serão apenas desconsiderados os custos operacionais. Posteriormente, será comparado o resultado do *hedge* levando em conta os custos operacionais de determinada corretora cuja taxa de corretagem é isenta, restando-se apenas outros custos como emolumentos, taxas de liquidação, etc

3.7 INTRODUÇÃO À OPERAÇÃO

Segundo Da Costa (1998), há dois motivos que levam um operador a especular sobre a volatilidade implícita: a) sua oscilação errática; b) seu desajuste em relação à volatilidade do ativo-objeto.

De acordo com o primeiro motivo mencionado, operadores tomam posições com o objetivo de capturar os movimentos imediatos da volatilidade implícita. Podem fazê-lo para uma opção em particular, que encontram alguma distorção ao comparar com as demais opções, ou fazê-lo para todo o mercado de opções, elegendo alguma das opções para prosseguir com a operação, com a tese de que em geral as volatilidades estão fora dos níveis em que deveriam estar. Em suma, seria uma operação de abertura e fechamento de taxa.

Quanto ao segundo motivo, operadores tomam posições contra o tempo, procurando favorecer-se do emagrecimento das opções. Em resumo, estarão tentando arbitrar a volatilidade implícita contra o que estimam, ou acreditam ser a real volatilidade de S. Se estiverem certos sobre a condição da volatilidade de S, a combinação de efeito gamma e de emagrecimento proporcionará lucro no final da operação. Seria uma operação de carregamento. O maior intuito neste caso seria o de capturar dia a dia a diferença entre a volatilidade real do mercado e aquela implícita nos prêmios das opções, não apenas uma diferença entre as taxas no momento da abertura da posição e o fechamento.

Evidentemente, os dois casos podem ser mesclados. O fato de esperar um carregamento positivo pode fortalecer um operador a vender volatilidade acreditando em um fechamento, por exemplo. Assim como um operador que deseja carregar uma posição vendida em volatilidade e desconfia que os níveis presentes estejam temporariamente muito baixos poderá esperar até que a taxa se eleve, para entrar na operação com alguma.

3.8 DEFINIÇÕES DE POSIÇÕES

Definindo uma posição comprada em volatilidade, seria aquele em que um acréscimo na volatilidade implícita da (s) opção (ões) proporcionaria lucro. A posição vendida em volatilidade seria justamente o oposto, ou seja, é aquele em que um acréscimo na volatilidade implícita causaria prejuízo, ao mesmo tempo em que, um decréscimo da mesma geraria um lucro.

As seguintes características sobre as posições compradas/vendidas em volatilidade devem ser destacadas conforme abaixo:

Posição comprada em volatilidade:
- É gamma positiva: comprado em volatilidade significa comprado em gamma, ou comprado em risco, ou protegido contra o risco. Quando se está comprado em volatilidade, tem-se o efeito gamma a seu favor, isto é: oscilações do ativo objeto tentem tendem a trazer lucro. Fica-se cada vez mais comprado quando o mercado sobe, e/ou cada vez mais vendido quando o mercado cai.
- É theta líquido negativa, ou seja, emagrece com o tempo.
Posição vendida em volatilidade:
- É gamma negativa: significa que as oscilações do ativo objeto são prejudiciais. Fica-se cada vez mais vendido quando o mercado sobe e cada vez mais comprado quando o mercado cai.
- É theta líquido positiva, ou seja, permanecendo os demais fatores iguais, a posição aumenta seu valor por si só, de um dia para o outro.

Em suma, o vendedor de volatilidade espera que o mercado oscile menos que o nível a que ele vendeu, e o comprador de volatilidade espera que o mercado oscile mais.
Nas operações de venda de volatilidade, tem-se o chamado efeito gamma no trade. O efeito gamma possui um velho ditado "compra caro e vende barato". Isso de fato ocorre e não é por uma falha do operador, mas sim por efeitos de ajuste de posição. Para exemplificar, supõem-se uma venda de volatilidade onde se vende um lote de 10.000 *calls* com *strike* R$ 31,00 de PETR4, com delta de 41%. Portanto, para compor o delta *hedge*, é necessária a compra de 4.100 papéis no mercado à vista a um preço de R$ 30,00. No dia seguinte, o preço da ação cai para R$ 29,50 e o delta diminui para 38%. Com isso, o ajuste da posição deverá ser feito através de venda de ações da Petrobras no à vista com uma diferença negativa de R$ 0,50. Caso o preço da ação tivesse subido, o delta da opção aumentaria e o investidor teria que comprar ações a um preço mais caro que no dia anterior. Este ajuste é chamado de efeito gamma.

3.9 RECAPITULAÇÃO DO VEGA

Para se mensurar de fato o ganho ou perda com operações de volatilidade, deve observa-se a variação do Vega da opção. Apenas relembrando a definição, representa a taxa de mudança do valor da opção conforme uma alteração na volatilidade do ativo objeto. Um ponto percentual de volatilidade possui um valor específico em reais, que pode ser alterar conforme a oscilação da opção, do período, do ativo-objeto, da taxa de juros praticada, entre outros fatores. Se uma opção possui um Veja de R$0,03, isso significa que cada ponto percentual de volatilidade causa uma alteração de R$0,03 no preço da opção. Neste exemplo, se determinado investidor vender uma volatilidade implícita de 65% e a recomprou posteriormente por 50%, ele ganhou (65-50) x 0,03 = R$0,45 no preço da opção em que estava posicionado. Multiplicando o valor de R$0,45 pela quantidade de opções da sua posição, encontra-se o lucro total da operação.

3.10 ESTRUTURANDO A OPERAÇÃO

A estrutura básica de uma posição em volatilidade, como já foi mencionada, é composta por um determinado lote de opções, assim como um lote em uma posição contrária do ativo objeto, no caso do presente trabalho, em ações. O portfólio será constituído de tal forma que, a proporção entre a quantidade de opções e ações seja delta neutro.

O sinal da operação de volatilidade será dado pelo sinal da posição em opção. Por exemplo, deseja-se vender a volatilidade de uma opção cujo delta é de 45%, em um lote total de 10.000 unidades: Vendem-se 10.000 unidades da opção e compram-se 4.500 unidades do ativo à vista.
Portanto, o portfólio formado é denominado delta neutro, pois a cada R$1,00 que o ativo objeto sobe, o investidor apuraria um lucro de R$4.500. Em contrapartida, o mesmo investidor perderia R$0,45 por opção a cada R$1,00 que o ativo objeto se valorizasse, gerando um prejuízo dos mesmos R$4.500.

3.11 AJUSTES DE POSIÇÃO

Ao longo de uma operação de compra ou venda de volatilidade, o portfólio deve ser manter delta neutro até o vencimento. Isso significa que, conforme introduzido através do conceito de delta *hedge* apresentado no presente trabalho, à medida que o ativo objeto oscilar, o delta também mudará, de forma que o operador de volatilidade deverá ajustar sua posição, comprando ou vendendo determinada quantidade do ativo à vista para equilibrar o seu *hedge*. Tais movimentações denominam-se ajustes de posição.

Para ilustra melhor, tomando como parâmetro o exemplo dado no tópico anterior, em uma venda de volatilidade, caso o ativo objeto suba, o delta da operação também irá aumentar. Se o delta aumentasse de 45% para 50%, seria necessário ter 5.000 ações para equilibrar o portfólio, frente às

10.000 opções vendidas. Portanto, 500 ações adicionais teriam que ser compradas para fazer o delta *hedge*.

Por outro lado, se o ativo objeto cai em uma operação de venda de volatilidade, o delta da operação também irá diminuir. Neste caso, se o delta do exemplo passasse dos 45% para 35%, um ajuste de 1.000 ações teria que ser feito, vendendo-as no mercado à vista.

Perceba que, se o ativo objeto oscilar alternadamente para cima e para baixo, o operador estará sempre comprando na alta e vendendo na baixa, incorrendo obviamente em prejuízo. No entanto, é necessário enfatizar que não se trata de um erro do investidor, nem ao menos da operação, conforme Da Costa (1998) ilustra, pois este é o custo do ajuste da posição em uma venda de volatilidade. O ajuste, caso o trade seja bem-sucedido, será compensado pelo emagrecimento das opções, e pode ser mais bem compreendido também através do conceito de efeito gamma introduzido anteriormente no presente trabalho.

3.12 OPERAÇÃO

Neste tópico iremos apresentar uma operação de arbitragem de volatilidade, montada no período de 15/10/2018 até 16/11/2018, durante o 2º turno das eleições presidenciais. Foi utilizado como fonte de dados os preços de fechamento das ações do Banco do Brasil (BBAS3), disponibilizados na plataforma Broadcast.

Depois da forte escalada das ações de BBAS3 após a definição do 1º turno das eleições, as ações acumulavam uma alta de 21,36% na semana entre os dias 01/10/2018 e 05/10/2018, fazendo com que a volatilidade realizada durante os últimos 22 pregões saltasse para níveis historicamente muito altos, de 41,10% em 01/10/2018 para 59,65% em 05/10/2018 e posteriormente alcançando o nível histórico em 10/10/2018 de 68,11%. Segundo dados do Broadcast, neste momento, a média histórica desde outubro de 2014 (período das últimas eleições presidenciais) da volatilidade realizada de BBAS3 para o período de 22 pregões era de 45,52%, com um desvio padrão de 18,57%. A volatilidade realizada de BBAS3 no pregão do dia 10/10/2018, de 68,12%, estava negociando a mais do que um desvio padrão em relação à média histórica. Além disso, neste mesmo momento, a volatilidade de 22 pregões realizada do Ibovespa estava negociando próximo de 28,70%, frente a média histórica de dados desde outubro de 2014 de 22,78%, com um desvio padrão de 7,22%, ou seja, a volatilidade realizada do Ibovespa já estava abaixo de um desvio padrão em relação à média histórica. Neste caso, com o próprio Ibovespa apontando uma tendência de uma possível normalização nos níveis de volatilidade negociadas no mercado, desenhou-se uma tendência de normalização desses níveis dos principais ativos que compõem o Índice, entre eles BBAS3.

Por essa razão, adotamos a estratégia de venda de volatilidade, através do carregamento da posição. Uma posição vendida de volatilidade é constituída da venda de determinada quantidade de opções e da compra/venda de determinada quantidade do ativo objeto, de modo que o risco seja neutro. No presente trabalho, foi vendido um lote de 10.000 opções de compra, ou seja, 10.000 *calls* (BBASK380) de Banco do Brasil a um *strike* de R$ 37,66, no dia 15 de outubro de 2018, com vencimento no dia 19 de novembro do mesmo ano. O delta da *call* no dia era de aproximadamente 55%. Portanto, segundo a definição de delta *hedge*, o total de papeis de Banco do Brasil comprados no avista foi de 0,55 vezes 10.000 (quantidade de opções), resultando em 5.500 papéis.

Para manter o portfólio livre de riscos até o vencimento da operação, foram feitos ajustes, ou seja, compra ou venda de ações de Banco do Brasil uma vez ao dia, diariamente no fechamento do mercado, tomando como referência os respectivos preços de fechamento da ação e da opção.

4 RESULTADO DO TRADE PRÁTICO

A tabela abaixo ilustra os resultados da operação de carregamento realizada.

Figura 1 - Tabela dos resultados da operação de carregamento

A	B	C	D	E	F
DATA	FECHAMENTO BBAS3	BBASK380	DELTA	DELTA QUANTIDADE PAPEL	RESULTADO AÇÃO E OPÇÃO
15/10/2018	37,72	2,64	0,55	5500	
16/10/2018	39,37	3,15	0,66	6600	3975
17/10/2018	39,71	3,37	0,68	6800	44
18/10/2018	39,25	3,01	0,65	6500	472
19/10/2018	39,58	3,17	0,68	6800	545
22/10/2018	39,85	3,45	0,69	6900	-964
23/10/2018	39,99	3,48	0,71	7100	666
24/10/2018	39,1	2,83	0,65	6500	181
25/10/2018	40,1	3,54	0,72	7200	-600
26/10/2018	42,42	5,4	0,84	8400	-1896
29/10/2018	41,87	4,66	0,86	8600	2780
30/10/2018	43,1	5,82	0,89	8900	-1022
31/10/2018	42,75	5,47	0,89	8900	385
01/11/2018	43,03	5,54	0,91	9100	1792
05/11/2018	43,38	5,98	0,92	9200	-1215
06/11/2018	42,47	5,08	0,90	9000	628
07/11/2018	41,45	4,13	0,86	8600	320
08/11/2018	40,27	2,95	0,83	8300	1652
09/11/2018	41,16	3,67	0,91	9100	187
12/11/2018	42,18	4,6	0,96	9600	-18
13/11/2018	41,7	4,11	0,96	9600	292
14/11/2018	41,77	4,13	1,00	10000	472
16/11/2018	43,09	5,44	1,00	10000	100
19/11/2018	44,1			**TOTAL**	**R$ 8.776,00**

G	H	I		J		K	
CDI OVER	CDI OVER AO DIA	CAIXA		CUSTO DE CARREGO		TOTAL LÍQUIDO	
6,40%	0,0246%	R$	181.060,00	R$	44,58	-R$	44,58
6,40%	0,0246%	R$	233.442,00	R$	57,43	R$	3.917,57
6,40%	0,0246%	R$	243.628,00	R$	59,93	-R$	15,93
6,40%	0,0246%	R$	228.725,00	R$	56,27	R$	415,73
6,40%	0,0246%	R$	242.744,00	R$	59,72	R$	485,28
6,40%	0,0246%	R$	248.565,00	R$	61,15	-R$	1.025,15
6,40%	0,0246%	R$	257.529,00	R$	63,35	R$	602,65
6,40%	0,0246%	R$	227.750,00	R$	56,03	R$	124,97
6,40%	0,0246%	R$	262.320,00	R$	64,53	-R$	664,53
6,40%	0,0246%	R$	329.928,00	R$	81,16	-R$	1.977,16
6,40%	0,0246%	R$	333.682,00	R$	82,09	R$	2.697,91
6,40%	0,0246%	R$	357.190,00	R$	87,87	-R$	1.109,87
6,40%	0,0246%	R$	354.075,00	R$	87,10	R$	297,90
6,40%	0,0246%	R$	365.173,00	R$	89,83	R$	1.702,17
6,40%	0,0246%	R$	372.696,00	R$	91,68	-R$	1.306,68
6,40%	0,0246%	R$	355.830,00	R$	87,53	R$	540,47
6,40%	0,0246%	R$	330.070,00	R$	81,20	R$	238,80
6,40%	0,0246%	R$	307.841,00	R$	75,73	R$	1.576,27
6,40%	0,0246%	R$	348.156,00	R$	85,65	R$	101,35
6,40%	0,0246%	R$	378.528,00	R$	93,12	-R$	111,12
6,40%	0,0246%	R$	373.920,00	R$	91,98	R$	200,02
6,40%	0,0246%	R$	391.300,00	R$	96,26	R$	375,74
6,40%	0,0246%	R$	404.500,00	R$	99,51	R$	0,49
				R$	**1.753,69**	**R$**	**7.022,31**

Fonte: Os autores. (2019)

A coluna A na tabela representa a data de referência do ajuste realizado na posição. As colunas B e C representam os preços de fechamento da ação (BBAS3) e da opção (BBASK380), respectivamente. A coluna D mostra o delta da opção na data indicada, assim como a coluna E já consolida o delta da opção em número de ações. A coluna E representa a quantidade de ações que foram utilizadas para realizar o delta *hedge* diariamente, utilizando sempre o lote padrão de negociação que seria em múltiplos de 100. Portanto, foi necessário fazer uma aproximação desses valores, dado que não foram feitas negociações em lotes fracionários de ações (menores do que 100 quantidades).

A coluna F consolida o resultado entre os ajustes realizados diariamente na posição em ações, comparando com o resultado na posição em opções. A fórmula seria a descrita abaixo:

$$\text{Resultado da Ação e Opção}_i = (B_i - B_{i-1}) \times E_{i-1} + (C_i - C_{i-1}) \times 10000$$

Em que:

B_i: Preço de fechamento da ação no pregão de hoje
B_{i-1}: Preço de fechamento da ação no pregão do dia anterior
E_{i-1}: Quantidade de ações utilizadas para o delta *hedge* no pregão anterior
C_i: Preço de fechamento da opção no pregão de hoje
C_{i-1}: Preço de fechamento da opção no pregão do dia anterior

4.1 RESULTADO DO MODELO

A coluna L, conforme tabela abaixo seria a volatilidade implícita de BBASK380, de acordo com a data de referência. Os dados apresentados nesta coluna são apenas descritivos e não foram calculados, retirados da plataforma de negociação da Bloomberg.

A	L	M	N	O	P	Q
DATA	VOLATILIDADE IMPLICITA (%)	VEGA	RESULTADO VOL IMPLÍCITA	THETA	EFEITO THETA	RESULTADO AJUSTE
15/10/2018	55,41%	-451		527		
16/10/2018	46,49%	-425	3.906,96	431	479	-907,5
17/10/2018	47,43%	-407	-391,04	441	436	-34
18/10/2018	47,45%	-407	-8,14	465	453	-69
19/10/2018	47,48%	-389	-11,94	466	465,5	-49,5
22/10/2018	51,25%	-374	-1438,255	513	489,5	-13,5
23/10/2018	50,12%	-354	411,32	502	507,5	-14
24/10/2018	50,44%	-364	-114,88	554	528	-267
25/10/2018	52,89%	-330	-850,15	560	557	-350
26/10/2018	56,83%	-247	-1136,69	478	519	-1392
29/10/2018	47,07%	-213	2244,8	367	422,5	55
30/10/2018	53,88%	-176	-1324,545	375	371	-184,5
31/10/2018	54,19%	-173	-54,095	408	391,5	0
01/11/2018	55,71%	-132	-231,8	393	400,5	-28
05/11/2018	57,07%	-125	-429,12	382	387,5	-17,5
06/11/2018	55,35%	-132	221,02	442	412	-91
07/11/2018	55,96%	-152	-86,62	589	515,5	-204
08/11/2018	48,99%	-159	1083,835	628	608,5	-177
09/11/2018	49,72%	-97	-93,44	475	551,5	-356
12/11/2018	53,02%	-46	291,06	319	454	-255
13/11/2018	54,99%	-40	-84,71	395	395	0
14/11/2018	41,84%	-3	282,725	40	217,5	-14
16/11/2018	49,90%	0	-12,09	22	31	0
19/11/2018			**R$ 2.174,21**		**R$ 9.592,50**	**-R$ 4.368,50**

Figura 2 – Continuação dos resultados da operação de carregamento

Fonte: Os autores (2019).

As colunas M e O também são informações dadas, a primeira representando o vega (ν) e a segunda o theta (Θ) da opção.

O resultado contemplado na coluna N representa o ganho ou perda com a abertura e o fechamento da volatilidade implícita durante os pregões observados. Seria a posição média em vega (ν) vezes a oscilação da volatilidade implícita, conforme a fórmula abaixo:

$$\text{Resultado Volatilidade Implícita}_i = \frac{(M_i + M_{i-1})}{2} \times (L_i - L_{i-1})$$

Em que:

M_i: Vega da posição no fechamento do pregão de hoje
M_{i-1}: Vega da posição no fechamento do pregão do dia anterior
L_i: Volatilidade implícita da opção no fechamento do pregão de hoje
L_{i-1}: Volatilidade implícita da opção no fechamento do pregão do dia anterior

O efeito theta está representado na coluna P, ou seja, seria o emagrecimento da opção, dado pelo theta médio vezes a variação de um dia no prazo. A fórmula seria a seguinte:

$$\text{Efeito Theta}_i = \frac{(O_i + O_{i-1})}{2}$$

Em que:

O_i: Theta da opção no fechamento do pregão de hoje
O_{i-1}: Theta da opção no fechamento do pregão do dia anterior

Por último, temos a coluna Q, que contempla o resultado de ajuste de acordo com a posição de delta médio vezes a variação de preços de BBAS3.

$$\text{Resultado Ajuste}_i = \left[\frac{(D_i + D_{i-1})}{2} \times 10000 - E_i \right] \times (B_i - B_{i-1})$$

Em que:

D_i: Delta da opção no fechamento do pregão de hoje
D_{i-1}: Delta da opção no fechamento do pregão do dia anterior
E_i: Quantidade de ações utilizadas para o delta *hedge* no pregão de hoje
B_i: Preço de fechamento da ação no pregão de hoje
B_{i-1}: Preço de fechamento da ação no pregão do dia anterior

5 DISCUSSÃO

A coluna F na Figura 1descreve o resultado da operação calculado sobre os preços realizados no mercado. Como o portfólio estava comprado em BBAS3, conforme a ação valorizava-se de um dia para o outro, o portfólio lucrava nesta ponta, e vice-versa. Em contrapartida, como o portfólio estava vendido na *call* BBASK380, conforme BBAS3 valorizava-se de um dia para o outro, o portfólio tinha prejuízo nesta ponta. A coluna F irá consolidar o balanço entre as perdas e ganhos do portfólio, sob o ponto de vista descrito acima, de forma que o resultado total foi um lucro de R$8.776. Porém, para obtermos o resultado final, é necessário fazer o cálculo do custo de carrego durante a operação, caso haja algum.

Neste caso, foi considerada uma taxa de 6,40% de CDI Over no período, conforme mostra a coluna de letra G. Na coluna H, foi calculado o quanto o CDI ao ano representa ao dia. Os dados foram encontrados na Bloomberg. Portanto, a coluna J, que contempla o custo total de carrego, pode ser interpretada pela seguinte formula:

$$\text{Custo de Carrego}_i = H_i \times I_i$$

Em que:

H_i: Taxa CDI Over praticada no dia.
I_i: Caixa necessário para construir o portfólio e fazer o delta *hedge*.

Se descontássemos o custo de carrego obtido ao longo da operação, medido no resultado da coluna J, chegaríamos a um lucro real de R$8.776 -R$1.753,69 = R$7.022,31.
O resultado de R$7.022,31 foi o que de fato ocorreu, considerando as compras e vendas das ações e da opção, e aplicando-se no final o custo de carrego. Todavia, é possível fazer a mesma interpretação de resultado sobre o ponto de vista das letras gregas envolvidas na operação, ou seja, o que de fato o modelo matemático está apontando como lucro ou prejuízo através da exposição do portfólio em cada um dos fatores da equação de Black and Scholes. O portfólio iniciou a operação com a seguinte exposição em cada um dos fatores de risco:

- Gama Inicial: -R$627
- Theta Inicial: R$527
- Delta da carteira: Zero
- Vega Inicial: -R$451

A variável rho não foi considerada pois não aconteceram mudanças substanciais na taxa de juros praticada no mercado, portanto tal variável pode ser considerada desprezível.
As colunas N, P e Q representam uma análise do resultado da operação, sob o ponto de vista das variações de cada uma das gregas.

Teoricamente, a soma das colunas N, P e Q, ou seja, R$2.174,21 + R$9.592,50 + (-R$4.368,50) = R$7.398.21 deveria ser igual ao resultado anterior de R$7.022,31. Houve uma diferença de R$375,89 que pode ser considerada desprezível, podendo ser explicada pelo fato de que o delta *hedge* foi realizado utilizando somente lotes padrões de negociação de ações, e não foi recorrido ao lote fracionário.

Observe que dos R$7.398,21, a grande maioria do resultado foi dado pelo emagrecimento das opções, justificado pelo efeito theta se contrapondo ao efeito gama. Neste caso, o efeito theta será sempre positivo, frente ao resultado de ajuste que será sempre negativo, interpretado pelo efeito gama introduzido anteriormente no presente trabalho. Pode-se concluir que quando o ativo objeto tiver uma oscilação no dia superior ao nível de volatilidade implícita diária em que o portfólio está exposto, haverá prejuízo no carregamento da posição. Caso contrário, ou seja, o ativo objeto oscilando abaixo do nível de volatilidade implícita diária em que se está exposto, o efeito theta compensará a perda no efeito gama, o que gerará um lucro na operação de carregamento neste dia.
É possível observar essa relação no trade proposto, comparando os resultados das colunas P e Q na tabela abaixo. Nos pregões dos dias 16 e 26 de outubro, em que BBAS3 teve uma oscilação de

aproximadamente 4,4% e 5,8%, ilustrado na coluna S, superando os níveis de volatilidade implícita diária em que se estava exposto de 2,93% e 3,58% (coluna R) respectivamente, o resultado de ajuste superou o efeito theta, incorrendo em prejuízo na operação de carregamento do portfólio (coluna T). O mesmo ocorreu no dia 16 de novembro, porém pelo efeito de arredondamento do lote fracionário utilizado para o delta *hedge*, tal evento acabou gerando um lucro para o portfólio neste dia. Em todos os outros pregões o efeito theta se sobrepôs às perdas geradas pelo resultado negativo do ajuste, gerando um lucro de R$5.224.

Figura 3 – Resultados da operação segundo o modelo de Black and Scholes

A	R	S	T
DATA	Vol Implicita Diaria	Oscilação Realizada	Resultado Theta e Gamma
15/10/2018	3,49%		
16/10/2018	2,93%	4,4%	-428,5
17/10/2018	2,99%	0,9%	402
18/10/2018	2,99%	1,2%	384
19/10/2018	2,99%	0,8%	416
22/10/2018	3,23%	0,7%	476
23/10/2018	3,16%	0,4%	493,5
24/10/2018	3,18%	2,2%	261
25/10/2018	3,33%	2,6%	207
26/10/2018	3,58%	5,8%	-873
29/10/2018	2,97%	1,3%	477,5
30/10/2018	3,40%	2,9%	186,5
31/10/2018	3,41%	0,8%	391,5
01/11/2018	3,51%	0,7%	372,5
05/11/2018	3,60%	0,8%	370
06/11/2018	3,49%	2,1%	321
07/11/2018	3,53%	2,4%	311,5
08/11/2018	3,09%	2,8%	431,5
09/11/2018	3,13%	2,2%	195,5
12/11/2018	3,34%	2,5%	199
13/11/2018	3,47%	1,1%	395
14/11/2018	2,64%	0,2%	203,5
16/11/2018	3,14%	3,2%	31

A	B	C	O	P	Q
DATA	FECHAMENTO BBAS3	BBASK380	THETA	EFEITO THETA	RESULTADO AJUSTE
15/10/2018	37,72	2,64	527		
16/10/2018	39,37	3,15	431	479	-907,5
17/10/2018	39,71	3,37	441	436	-34
18/10/2018	39,25	3,01	465	453	-69
19/10/2018	39,58	3,17	466	465,5	-49,5
22/10/2018	39,85	3,45	513	489,5	-13,5
23/10/2018	39,99	3,48	502	507,5	-14
24/10/2018	39,1	2,83	554	528	-267
25/10/2018	40,1	3,54	560	557	-350
26/10/2018	42,42	5,4	478	519	-1392
29/10/2018	41,87	4,66	367	422,5	55
30/10/2018	43,1	5,82	375	371	-184,5
31/10/2018	42,75	5,47	408	391,5	0
01/11/2018	43,03	5,54	393	400,5	-28
05/11/2018	43,38	5,98	382	387,5	-17,5
06/11/2018	42,47	5,08	442	412	-91
07/11/2018	41,45	4,13	589	515,5	-204
08/11/2018	40,27	2,95	628	608,5	-177
09/11/2018	41,16	3,67	475	551,5	-356
12/11/2018	42,18	4,6	319	454	-255
13/11/2018	41,7	4,11	395	395	0
14/11/2018	41,77	4,13	40	217,5	-14
16/11/2018	43,09	5,44	22	31	0
19/11/2018	44,1			**R$ 9.592,50**	**-R$ 4.368,50**

Fonte: Os autores (2019)

O restante do lucro foi obtido através do fechamento da curva de volatilidade implícita em que o portfólio estava exposto ao longo da operação, gerando um ganho adicional de R$2.174,21.

Considerando os resultados do trade explicados no item anterior, o retorno total do investidor foi de R$ 7.022,31. O resultado do trade prático ficou bem próximo do resultado do modelo, que apontava um retorno de R$7398,21 através da exposição que o portfólio construído tinha em cada uma das letras gregas, uma diferença de somente 5% aproximadamente em relação ao resultado que de fato ocorreu. Tomando este caso como evidência, podemos concluir que o modelo de Black and Scholes apresenta uma eficiência notável para identificar distorções no prêmio de risco implícito no prêmio das opções, oferecendo oportunidades a serem exploradas no mercado de renda variável.

5.1 CUSTOS OPERACIONAIS

Consideremos, agora, os custos operacionais que incidem sobre o investimento de pessoas físicas no mercado de opções e ações no Brasil. Os dados foram encontrados no site da B3 e as respectivas alíquotas incidem sobre o volume financeiro operado.

Custo operacional de ações:

- Taxa de negociação: 0,004408%.
- Taxa de liquidação: 0,0275%.

Custo operacional de opções:

- Taxa de negociação: 0,037%.
- Taxa de liquidação: 0,0275%.
- Taxa de registro: 0,0695%.

A figura abaixo mostra os resultados financeiros no trade realizado, contabilizando todos os custos envolvidos:

Figura 4 – Custos operacionais

DATA	Volume Negociado Ações	Volume Negociado Opções	Custo Operacional Ações	Custo Operacional Opções
15/10/2018	R$ 207.460,00	R$ 26.400,00	R$ 66,20	R$ 35,38
16/10/2018	R$ 43.307,00	R$ -	R$ 13,82	R$ -
17/10/2018	R$ 7.942,00	R$ -	R$ 2,53	R$ -
18/10/2018	R$ 11.775,00	R$ -	R$ 3,76	R$ -
19/10/2018	R$ 11.874,00	R$ -	R$ 3,79	R$ -
22/10/2018	R$ 3.985,00	R$ -	R$ 1,27	R$ -
23/10/2018	R$ 7.998,00	R$ -	R$ 2,55	R$ -
24/10/2018	R$ 23.460,00	R$ -	R$ 7,49	R$ -
25/10/2018	R$ 28.070,00	R$ -	R$ 8,96	R$ -
26/10/2018	R$ 50.904,00	R$ -	R$ 16,24	R$ -
29/10/2018	R$ 8.374,00	R$ -	R$ 2,67	R$ -
30/10/2018	R$ 12.930,00	R$ -	R$ 4,13	R$ -
31/10/2018	R$ -	R$ -	R$ -	R$ -
01/11/2018	R$ 8.606,00	R$ -	R$ 2,75	R$ -
05/11/2018	R$ 4.338,00	R$ -	R$ 1,38	R$ -
06/11/2018	R$ 8.494,00	R$ -	R$ 2,71	R$ -
07/11/2018	R$ 16.580,00	R$ -	R$ 5,29	R$ -
08/11/2018	R$ 12.081,00	R$ -	R$ 3,85	R$ -
09/11/2018	R$ 32.928,00	R$ -	R$ 10,51	R$ -
12/11/2018	R$ 21.090,00	R$ -	R$ 6,73	R$ -
13/11/2018	R$ -	R$ -	R$ -	R$ -
14/11/2018	R$ 16.708,00	R$ -	R$ 5,33	R$ -
16/11/2018	R$ -	R$ -	R$ -	R$ -
19/11/2018		**Total Custos**	**R$ 207,33**	
		Resultado Considerando os Custos	**R$ 6.814,98**	

Fonte: Os autores (2019)

As colunas R e S contemplam os volumes financeiros negociados de ações e opções no dia, respectivamente. As colunas T e U indicam o custo operacional envolvido no dia, aplicando-se as alíquotas apresentadas anteriormente. O custo operacional total foi de R$ 207,33. Deduzindo-se do resultado de R$7.022,31 obtidos, chegamos a um retorno total liquido de R$ 6.814,98, destacado em verde na tabela.

É importante ressaltar que o valor de R$207,33 referente ao total de custos operacionais envolvidos na operação é inferior à diferença de R$375,89 identificada entre o resultado que o modelo apontou e o que de fato ocorreu, valor o qual que foi previamente considerado como desprezível.

Portanto, depois de aplicado o custo operacional, o modelo ainda apresenta uma assertividade relevante, destoando aproximadamente 8% do resultado considerando os custos operacionais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho buscou trazer à tona a discussão sobre qual a viabilidade da aplicação do modelo de Black and Scholes com intuito de explorar distorções no prêmio de risco implícito no prêmio das opções, aplicando-se os custos operacionais praticados para investidor pessoa física do varejo do mercado financeiro nacional.

Em um primeiro momento foi introduzido os principais conceitos que embasam a teoria de Black and Scholes e dos principais derivativos negociados, e posteriormente demonstrou-se uma aplicação do modelo em uma operação com dados reais praticados no mercado em uma operação de carregamento.

Na aplicação do modelo de Black and Scholes, foi apresentada sua assertividade após a comparação de resultados entre o que o modelo propôs e o que de fato foi apurado entre os ajustes de compra e venda de ações e opções ao longo da operação, de tal forma que o modelo destoou somente 5% em relação ao resultado apurado no final da operação, por questões de arredondamento de valores dos lotes de ações utilizados para efetuar-se o delta *hedge*.

Então, para a mesma operação apresentada no presente trabalho, foram aplicados os custos operacionais envolvidos, de tal forma que o modelo continuou apresentando uma assertividade notória, destoando somente 8% aproximadamente do resultado de fato apurado.

Para a conclusão, é de extrema importância termos alguns comentários à cerca da última etapa apresentada no trabalho:

- Os custos do exercício das opções não foram considerados, tendo em vista que a janela de observação da operação encerrou-se um dia antes do vencimento da opção em 19/11/2018. Caso fossem considerados os custos de exercício da opção, a operação ficaria extremamente comprometida, dado que a maioria das corretoras praticam hoje a corretagem de 0,5% sobre o volume financeiro do exercício. Além disso, no dia do exercício, os outros custos operacionais aplicados pela própria B3 incidiriam sobre o volume nocional da operação também, o que inflaria criticamente os custos operacionais envolvidos. Por último, o ISS (imposto sobre serviço) que possui uma alíquota de 9,65% sobre a corretagem também seria cobrado no dia do exercício e não foi considerada na operação, pois a corretagem praticada para fazer os ajustes de posição era inexistente.

-A determinação da frequência de ajustes para o delta *hedge* é de extrema importância quando levamos em consideração os custos operacionais, conforme foi levantada a discussão anteriormente no presente trabalho. O investidor pessoa física precisa adequar o seu modelo de tal forma que a frequência utilizada para o seu delta *hedge* mitigue adequadamente os riscos do portfólio e ao mesmo tempo não comprometa o resultado por conta dos custos operacionais. Quanto maior a frequência de ajustes do delta *hedge*, maior o custo operacional, conforme destaca HEILBRUN, 2017.

-O Imposto de Renda, cuja alíquota para pessoa física no Brasil seria de 15% sobre o lucro para investimentos em renda variável, também não foi considerado. Neste caso, esse imposto não contribuiria para a discussão da viabilidade do modelo aplicado ao varejo, pois a alíquota é aplicada somente sobre o lucro, caso haja algum, no final da operação. Seria válido somente para efeito comparativo de investimentos, o que não vem ao caso.

Evidentemente, apesar de a operação proposta ter apresentado lucro, não podemos concluir que a estratégia adotada sempre será bem-sucedida. Para isso, é necessário possuir uma boa estimativa da volatilidade futura do ativo, ou seja, conseguir sensibilizar qual o verdadeiro nível de risco que o mercado está submetido. Neste contexto, perceba que se fosse optado por comprar volatilidade, o investidor teria apurado um prejuízo na operação, mesmo munido das mesmas ferramentas para efetuar a análise.

REFERÊNCIAS

BLACK, Fischer. SCHOLES, Myron. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **The Journal of Political Economy**, Chicago, Vol.81, n. 3, p. 637-654, maio. 1973.

DA COSTA, César Lauro. **Opções: Operando a volatilidade**. São Paulo: Cultura, 1998.

DE VITA, Renato. **Arbitragem estatística com opções utilizando modelo de volatilidade incerta e hedging estático**. 201414 f. Dissertação (Mestrado em Economia)-Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2014.

FIGUEIREDO, Antonio Carlos. **Introdução aos derivativos**. São Paulo: Cengage, 2018.

FORTUNA, Eduardo. **Mercado Financeiro: Produtos e serviços**. Rio de Janeiro, Qualitymark, 2011.

HEILBRUN, Daniel Monteiro. **Estratégias de *hedge* dinâmico**: Um estudo comparativo. 2017, página 29. Dissertação (Mestrado em Economia) – Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2017.

HULL, John C. **Options, futures and other derivatives**. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2014

NETO, Lauro De Araújo Silva Neto. **Derivativos**: Definições, Emprego e Risco.São Paulo: Atlas, 2006

NATENBERG, Sheldon. **Option volatility and pricing**. New York, McGraw-Hill, 1994.