

UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PAULO GUILHERME KOMNINOS

ANÁLISE DA DINÂMICA DO FUNCIONAMENTO DE LASERS DE FIBRA
DOPADA COM ÉRBIO SOB A ÓPTICA DA EQUAÇÃO DE GINZBURG-
LANDAU

SÃO PAULO

2010

PAULO GUILHERME KOMNINOS

ANÁLISE DA DINÂMICA DO FUNCIONAMENTO DE LASERS DE FIBRA
DOPADA COM ÉRBIO SOB A ÓPTICA DA EQUAÇÃO DE GINZBURG–
LANDAU

Trabalho de Dissertação apresentado ao curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Presbiteriana Mackenzie, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Eunézio Antônio de Souza (Thoróh)

SÃO PAULO

2010

K81a Komninos, Paulo Guilherme.

Análise da dinâmica do funcionamento de lasers de fibra dopada com Érbio sob a óptica da equação de Ginzburg-Landau / Paulo Guilherme Komninos – 2011.

62 f. : il. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2011.

Bibliografia: f. 50-51.

1. Análise numérica. 2. Equação de Ginzburg-Landau. 3. Laser à fibra dopada com Érbio. 4. Acoplamento passivo de modos. I. Título.

CDD 621.366

Dedico este trabalho a Rosa M. Komninos e
Nikolaus A. Komninos

AGRADECIMENTOS

A Deus, por colocar cada vez mais novas perguntas em meu caminho e, a capacidade para que eu possa ir atrás de suas respostas.

Ao meu orientador Prof. Thoroh, por ter me mostrado como ser um pesquisador independente e dependente ao mesmo tempo, pelos ensinamentos e discussões que fizeram este trabalho evoluir e atravessar certas barreiras.

Ao Prof. Christiano, coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, pelas conversas, ensinamentos e idéias.

A minha família, em principal minha mãe, meu pai e minha irmã, que sempre estiveram ao meu lado em minhas decisões, minhas derrotas e glórias. Apoiando-me de todas as formas possíveis.

Aos meus amigos e companheiros do Laboratório de Fotônica do Mackenzie, do qual, tenho uma enorme gratidão, em especial ao Henrique Rosa, Rafael de Oliveira, Joaquim Pessoa e ao Danilo Spadoti, que me ajudaram muito no desenvolvimento deste trabalho, e pelas conversas durante os cafés, onde surgiram grandes idéias.

Aos meus amigos de vida, por ficarem sempre ao meu lado, sendo em momentos felizes ou tristes.

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um estudo baseado em análise numérica de lasers à fibra dopada com Érbio utilizando a técnica de acoplamento passivo de modos para que o mesmo opere em regime pulsado. A equação que descreve a dinâmica de uma cavidade laser é conhecida como Equação de Ginzburg-Landau, que neste trabalho é resolvida numericamente pelo Método Split-Step Fourier. Por este método, foi desenvolvido um algoritmo que foi incorporado ao ambiente MATLAB para serem feitos os cálculos numéricos. O método foi validado comparando os resultados gerados pelo programa (largura temporal do pulso devido ao ganho da cavidade com e sem dispersão e não-linearidade) com os resultados publicados na literatura. Após a validação do método, foram reproduzidos resultados experimentais de um laser a fibra dopada com Érbio usando como absorvedor saturável filmes finos de nanotubos de carbono. O laser gera uma largura de banda de 5,7 nm para uma cavidade de comprimento total de 9 m. Este resultado experimental foi utilizado como parâmetro de calibração inicial nas simulações. Apenas variando o comprimento da cavidade na simulação, foram obtidos resultados bem próximos ao do experimento. Esses resultados ajudaram na compreensão de algumas variáveis do experimento.

Palavras-chave: Análise Numérica, Equação de Ginzburg-Landau, Laser à fibra dopada com Érbio, Acoplamento passivo de modos.

ABSTRACT

This work presents a study based on the numerical analysis of Erbium-doped fiber lasers using the technique of passive mode-locking for the laser working in pulsed regime. The equation describing the dynamics of a laser cavity is known as Ginzburg-Landau Equation, that in this work is solved numerically by the Split-Step Fourier Method. By this method, an algorithm was developed which was incorporated into the MATLAB environment so that numerical calculations were made. The method was validated by comparing the results generated by the program (temporal pulse width due to the gain of the cavity with and without dispersion and nonlinearity) with the results published in literature. After validation of the method an experimental results were reproduced of an Erbium-doped fiber laser using thin films of carbon nanotubes as saturable absorbers. The laser generates a bandwidth of 5.7 nm for a cavity with a total length of 9 m. This experimental result was used as a calibration parameter in the initial simulations. Just by varying the length of the cavity in the simulation, results very close to the experiment were obtained. These results have helped in understanding some of the experimental variables.

Key-words: Numerical Analysis, Ginzburg-Landau Equation, Erbium-doped Fiber Lasers, passive mode-locking.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Histórico da geração de pulsos ultracurtos devido às técnicas aplicadas a cada tipo de laser. Adaptado de [5].....	11
Figura 2 - Diagrama da absorção de um fóton.	13
Figura 3 - Diagrama da emissão espontânea de um fóton.	14
Figura 4 - Diagrama da emissão estimulada de um fóton.	14
Figura 5 - Esquema geral de uma cavidade laser.	15
Figura 6 - Secção transversal de uma fibra óptica com perfil de índice degrau.....	17
Figura 7 - Comparação dos diâmetros dos núcleos das fibras.....	18
Figura 8 - Medida do espectro de atenuação de uma fibra óptica monomodo. Adaptado de [2].	19
Figura 9 - Dispersão Cromática em uma fibra óptica [12].	20
Figura 10 - Níveis de energia do Érbio.	22
Figura 11 – Espectro do ganho e da absorção de um laser à fibra dopada com Érbio. Adaptado de [13].....	22
Figura 12 - Esquema típico de cavidade de laser à fibra dopada com Érbio: a) em anel; b) linear.	23
Figura 13 - Soma dos cossenos a) fase aleatória (que pode ser interpretado como um laser em regime CW) e b) fase fixa (que pode ser interpretado como um laser em regime pulsado).	25
Figura 14 - Esquema geral de uma cavidade laser com ganho e perdas saturáveis.	26
Figura 15 - Dinâmica temporal do absorvedor saturável para uma volta na cavidade. Adaptado de [15].....	27
Figura 16 - Perfil Lorentziano do ganho.	34
Figura 17 - Teste para calibrar o parâmetro de entrada do programa. Os valores de g_0 com maiores números de interações, a) $g_0 = 0.06 \text{ m}^{-1}$ e b) $g_0 = 0.07 \text{ m}^{-1}$	38
Figura 18 - Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal. Sem dispersão e não-linearidade	39
Figura 19- Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal. Sem dispersão e não-linearidade (retirado da referência [14]).	39
Figura 20 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso. Sem dispersão e não-linearidade (simulação).	40

Figura 21 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso. Sem dispersão e não-linearidade (retirado da referência [14]).	40
Figura 22- Tempo da simulação para simulação sem dispersão e não-linearidade.	41
Figura 23 - Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal (simulação).	41
Figura 24 - Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal (retirado da referência [14]).	41
Figura 25 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso (simulação).	42
Figura 26 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso (retirado da referência [14]).	42
Figura 27 - Tempo da simulação para simulação com dispersão e não-linearidade.	43
Figura 28 - Configuração geral de Laser à fibra dopada com Érbio. CP: controlador de polarização.	44
Figura 29 - Espectro gerado experimentalmente.	44
Figura 30 - Cálculo da potência de sóliton fundamental para os valores do comprimento total da cavidade.	45
Figura 31 – Relação entre a largura de banda do laser com o valor do comprimento total da cavidade.	46
Figura 32– Espectro do laser para cada valor do comprimento total da cavidade.	46
Figura 33 - Relação entre a largura do pulso do laser com o valor do comprimento total da cavidade.	47
Figura 34 - Relação entre o produto da duração do pulso com a largura de banda pelo o valor do comprimento total da cavidade.	48
Figura 35 – Pulso do laser para cada valor do comprimento total da cavidade.	48
Figura 36 - Esquema do Método Split-Step Fourier.	53
Figura 37 - Esquema do Método Split-Step Fourier Simetrizado.	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AS	<i>Absorvedor Saturável</i>
ASE	<i>Amplified Spontaneous Emission</i>
CW	<i>Continuous Wave</i>
GLE	<i>Ginzburg-Landau Equation</i>
GVD	<i>Group Velocity Dispersion</i>
FFT	<i>Finite Fourier Transform</i>
FWM	<i>Four Wave Mixing</i>
LASER	<i>Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation</i>
MASER	<i>Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation</i>
MI	<i>Modulation Instability</i>
ML	<i>Mode-Locking</i>
NLSE	<i>Non-Linear Schrödinger Equation</i>
PMD	<i>Polarization Mode Dispersion</i>
SBS	<i>Stimulated Brillouin Scattering</i>
SF	<i>Sólitns Formation</i>
SMF	<i>Single Mode Fiber</i>
SPM	<i>Self-Phase Modulation</i>
SRS	<i>Stimulated Ramma Scattering</i>
SSFM	<i>Split-Step Fourier Method</i>
S-SSFM	<i>Symmetrized Split-Step Fourier Method</i>
WDM	<i>Wavelength Division Multiplexing</i>
XPM	<i>Cross-Phase Modulation</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	LASERS	13
2.1	LASERS A FIBRA	16
2.1.1	Fibra óptica padrão	17
2.1.2	Efeitos Lineares	18
2.1.3	Efeitos não-lineares	21
2.2	LASER À FIBRA DOPADA COM ÉRBIO	21
3	ACOPLAMENTO DE MODOS	24
3.1	ACOPLAMENTO PASSIVO DE MODOS	25
4	EQUAÇÃO DE GINZBURG-LANDAU	28
4.1	SOLITONS	35
5	RESULTADOS	37
6	CONCLUSÕES	49
	REFERÊNCIAS	50
	APÊNDICE A	52
	APÊNDICE B	56
	APÊNDICE C	59

1 INTRODUÇÃO

Conforme a curiosidade humana é aguçada, a mesma ajuda a alavancar idéias já estagnadas ou imêmoreas. Assim foi com a óptica após os anos de 1960. Antes muitos instrumentos ópticos se fundamentavam na física de raios, tais como câmeras e microscópios. Este quadro muda quando é desenvolvido o laser. Sendo que o primeiro laser a ser criado foi o de estado sólido (Ruby, $\lambda = 694,3$ nm), em seguida o laser de gás (HeNe), e depois os lasers de semicondutores [1]. A idéia do laser foi baseada numa variedade de princípios e fatos que se originaram em diferentes ramos da física e da engenharia, principalmente da mecânica quântica.

Nos dias de hoje há um grande reconhecimento do potencial do laser em larga faixa de utilidades, tanto em ciência quanto em indústria. As aplicações dos lasers vão desde comunicações ópticas; em processamento de dados, armazenamento, e recuperação; e até mesmo em cirurgia de olhos [1].

No exemplo de um sistema de comunicação óptica, os lasers fazem o papel dos transmissores. Atualmente, a grande maioria dos sistemas de comunicação óptica utiliza lasers de diodo semicondutor como fonte contínua de sinais, usados em conjunto com moduladores de amplitude que geram os bits a serem transmitidos ao longo da linha de transmissão, que no caso pode ser uma fibra óptica. Porém o aumento da quantidade de informações que temos nos dias de hoje requer uma maior capacidade de envio dessas informações.

Lasers que operam em regime pulsado vêm sendo estudados como uma das soluções de fonte de sinais em sistemas de comunicação óptica. Segundo a uma característica do principio da incerteza, quanto mais curto for o pulso no domínio do tempo, maior a sua faixa de frequência, ou seja, há a possibilidade de uma fonte única de banda larga. Mas a utilização de lasers pulsados não se restringe apenas a sistemas de comunicações ópticas, até pelo fato de conseguir concentrar uma maior quantidade de energia eletromagnética em um intervalo de tempo muito pequeno, temos laser de alta potência que nos faz entrar em óptica não-linear (efeitos devido a intensos campos eletromagnéticos) [2], lasers que auxiliam em estudos de processos químicos (técnica de pump-probe) [3], lasers de corte de alta precisão em indústrias.

Existem varias técnicas para a geração de pulsos em lasers, como o método de Q-switching que gera pulsos de ordem 10 ns de duração, ou pelo método do esvaziamento da cavidade (cavity dumping) que gera pulsos na faixa de 1 ns a 2 ns. Mas para gerar pulsos

ultracurtos (< 1 ps) normalmente é usada a técnica de acoplamento de modos (*Mode-Locking* - ML) [4],[5]. Essa técnica baseia-se no acoplamento dos modos longitudinais ressonantes na cavidade do laser, ou seja, faz com que os modos longitudinais tenham uma relação bem definida entre as fases, formando um pulso com largura da ordem de até fs [6]. Para fazer com que os modos longitudinais tenham relação de fase é introduzido um modulador na cavidade. Este modulador pode ser passivo ou ativo. Na Figura 1 é mostrado o progresso do encurtamento do pulso devido às varias técnicas aplicadas a cada tipo de laser.

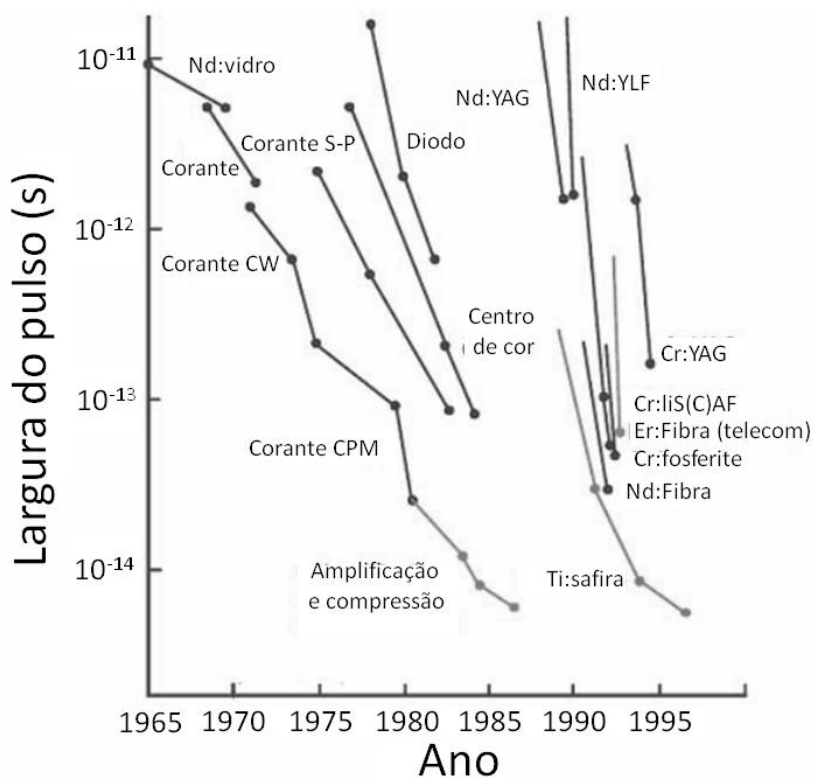


Figura 1 – Histórico da geração de pulsos ultracurtos devido às técnicas aplicadas a cada tipo de laser. Adaptado de [5].

No acoplamento ativo de modos, é inserido na cavidade um modulador de fase ou de amplitude, controlado externamente por um gerador de sinais [7]. A teoria de Kuizenga e Siegman [8], nos diz que a duração dos pulsos de lasers a altas taxas é inversamente proporcional à raiz quadrada da frequência de modulação.

Já no acoplamento de modos passivo, é inserido na cavidade um elemento automodulador, normalmente um absorvedor saturável (AS), que por sua vez modula as perdas da cavidade. A associação entre o AS e o meio amplificador saturável, leva a um ML natural do laser [7], ou seja, o pulso é gerado passivamente. Com o ML passivo conseguimos pulsos mais curtos do que com o ML ativo, porém podemos usar um sistema que utiliza a

vantagem de maior taxa de repetição com pulsos mais curtos. Essa técnica é denominada acoplamento de modos híbrido, e basicamente utiliza as duas técnicas em um mesmo laser.

Ultimamente, muito tem sido pesquisado sobre lasers à fibra. Com o advento de amplificadores totalmente em domínio óptico, viu-se a possibilidade de se substituir repetidores e amplificadores elétricos que eram empregados em comunicações, por elementos puramente ópticos que promovessem ganho no sinal. A partir destes amplificadores ópticos, teve origem a classe de lasers de fibra. O primeiro laser à fibra utilizando amplificadores ópticos foi demonstrado por Snitzer *et. al.* [9], em 1963.

Os lasers de fibra utilizam fibra óptica como material que delimita a cavidade laser. Como meio de ganho, são utilizadas fibras ópticas dopadas com elementos terra-rara (Érbio, Itérbio, Neodímio, entre outros). A excitação de cada elemento de terra-rara fica por conta de lasers de bombeio, com um comprimento de onda específico que corresponde ao gap de energia para cada tipo de dopante, a fim de promover inversão de população eletrônica dos átomos do mesmo.

Uma das vantagens dos lasers de fibra consiste em ser um sistema de grande parte óptico, o manuseio para as varias configurações da cavidade não exige uma engenharia pesada e com técnicas de precisões apuradas (micro engenharia), o que facilita a montagem experimental. O comprimento da cavidade influencia em alguns pontos no funcionamento do laser, tais como potência óptica de bombeio, comprimento do meio de ganho (no caso de uma fibra de Érbio), dispersão total acumulada, influência na polarização da cavidade, nos modos longitudinais existentes (que é um parâmetro ligado ao tamanho da cavidade), frequência natural da cavidade, taxa de repetição do laser pulsado e duração do pulso (quando operando em regime de acoplamento de modos). Com os lasers de fibra essas variáveis podem ser bem estudadas e controladas apenas inserindo ou retirando fibra óptica na cavidade.

Por essas vantagens, os lasers de fibra vêm ganhando grande espaço no meio científico, como fontes de pulsos ultracurtos baratos, comparados aos que utilizam uma engenharia mais refinada, e de fácil manuseio.

2 LASERS

Lasers são dispositivos que geram e amplificam luz coerente nas frequências ópticas do espectro eletromagnético. A palavra LASER vem do termo da língua inglesa, *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, que significa Amplificação da Luz por meio da Emissão Estimulada de Radiação.

O conceito de interação luz-matéria envolvendo quanta de energia foi desenvolvido por Albert Einstein na explicação do Efeito Fotoelétrico (que lhe rendeu o Prêmio Nobel em 1921). Uma das idéias fundamentais do conceito da mecânica quântica envolvendo luz-matéria, diz que a interação entre um fóton e um elétron pode ocorrer de três formas: absorção, emissão espontânea e emissão estimulada. Esses processos podem ser representados de forma simples através de diagramas para um sistema com apenas dois níveis de energia: E_1 (estado de menor energia ou estado fundamental) e E_2 (estado de maior energia ou estado excitado).

Uma transição entre dois níveis de energia envolve a absorção ou a emissão de um fóton de energia igual à diferença de energia entre os dois estados, como mostrado na Eq.1,

$$h\nu_{12} = E_2 - E_1 \quad (1)$$

onde h é a constante de Planck e ν_{12} é a frequência da radiação associada ao fóton.

O processo de absorção ocorre quando um fóton de energia $h\nu_{12}$ interage com um elétron no nível de energia E_1 , induzindo este a realizar uma transição para o nível de energia E_2 , como mostra o diagrama da Figura 2.

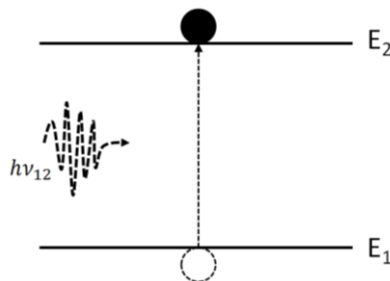


Figura 2 - Diagrama da absorção de um fóton.

De modo geral o estado excitado não é estável, de modo que um elétron que se encontra inicialmente no nível de energia E_2 tende a decair espontaneamente para o nível de energia E_1 , emitindo um fóton com energia $h\nu_{12}$, como mostra o diagrama da Figura 3. Nesse

processo, denominado emissão espontânea, a distribuição de fase e frequência dos fótons produzidos é aleatória, de modo que a radiação produzida apresenta baixa potência e espectro largo.

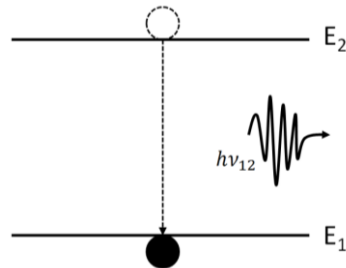


Figura 3 - Diagrama da emissão espontânea de um fóton.

Quando um fóton de energia $h\nu_{12}$ interage com um elétron no nível de energia E_2 , o elétron pode ser induzido a decair para o nível de energia E_1 emitindo um outro fóton com a mesma energia $h\nu_{12}$ e a mesma fase, direção e polarização do fóton incidente. Esse processo, mostrado no diagrama da Figura 4, é denominado emissão estimulada, uma vez que a transição do estado excitado para o estado fundamental é provocada pelo fóton externo.

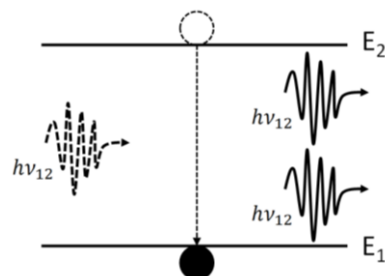


Figura 4 - Diagrama da emissão estimulada de um fóton.

Para um sistema em equilíbrio térmico, a densidade de elétrons em estados excitados é menor do que a densidade de elétrons no estado fundamental. Nessa situação, ocorre predominantemente o processo de absorção. Para que a emissão estimulada seja o processo predominante, a população de elétrons no estado excitado deve ser maior do que a do estado fundamental. Esta condição é denominada inversão de população. A inversão de população pode ser obtida de várias formas como, por exemplo, através de processos de bombeio envolvendo múltiplos níveis de energia. Para garantir a inversão de população, sistemas com níveis de energia maiores do que dois são usados. Devido à diferença entropia de sistemas de dois níveis de energia, não importa o quanto de energia é cedido ao sistema, à população de

elétrons sempre será no máximo igual para cada nível. Sistemas com mais níveis garantem que a taxa de fótons que interagem com o meio excitado tenham mais sucesso em promover a emissão estimulada devido ao mecanismo de bombeamento que envolve um par de níveis diferente do par que gera a emissão estimulada.

A primeira vez que o efeito de emissão estimulada foi observado experimentalmente foi na faixa de micro-ondas do espectro eletromagnético, e por isso, o efeito foi denominado MASER (*Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) [1]. Posteriormente o efeito foi observado em outras frequências do espectro eletromagnético, como no caso de T. H. Maiman em 1960 [10], que observou emissões estimuladas na região do visível do espectro eletromagnético com trabalhos experimentais em cristais de Rubi. Para determinar um termo mais geral para o efeito de emissões estimuladas em cadeia, já que o efeito foi comprovado em boa parte do espectro eletromagnético, foi designado o termo “LASER”. O feixe de radiação emitido ou amplificado dos lasers tem propriedades especiais, tais como direcionabilidade, pureza espectral [1].

Os elementos essenciais de um dispositivo laser são: o meio de ganho (constituído de um arranjo singular de átomos, moléculas, íons), processo de bombeio (processo que excita átomos, molécula, etc. do meio de ganho para maiores níveis quânticos de energia), e meios de realimentação óptica (Espelhos, guias de onda, grades de Bragg, entre outros), assim como vemos na Figura 5.

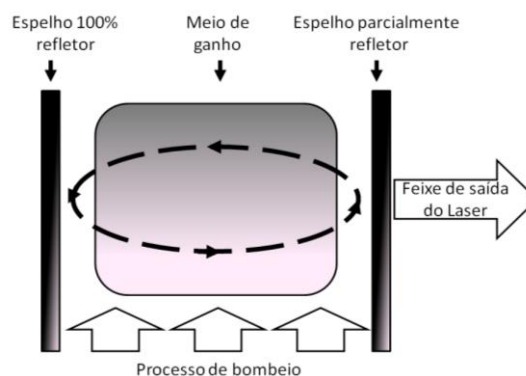


Figura 5 - Esquema geral de uma cavidade laser.

O meio de ganho é o meio material responsável pela amplificação da radiação, ou seja, onde ocorrem as sucessivas emissões estimuladas devida a constante inversão de população dos elétrons dos átomos que compõem o meio de ganho. O processo de bombeio é o procedimento que faz que os elétrons do meio de ganho façam a transição do estado de menor energia para o estado de maior energia. A realimentação óptica criada pelos espelhos, como

no exemplo, é o elemento que garante que haja uma taxa suficiente de fótons na cavidade que irá favorecer a emissão estimulada, sendo que um dos espelhos é parcialmente refletor, para que possamos observar e medir a luz que é gerada e amplificada pelo laser.

O que define as características de um laser, tais como o comprimento de onda de emissão, coerência, largura de banda e até mesmo o regime em que ele opera, sendo em onda contínua (Continuous Wave – CW) ou em regime pulsado, são as características do meio ativo. A Tabela 1[11] mostra as características de diversos tipos de laser.

Tabela 1 - Característica de diversos tipos de laser [11].

	Tipo do laser	Meio material	Material dopante	Comprimento de onda do bombeio	Comprimento de onda de emissão
Laser de Estado Sólido	Rubi	Al ₂ O ₃	Cr ³⁺	420 nm 550 nm	692,8 nm 694,3 nm
	Neodímio (Nd:YAG)	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	Nd ³⁺	0,73 μm 0,8 μm	1,06 μm
	Itérbio (Yb:YAG)	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	Yb ³⁺	941 nm 968 nm	1,03 μm
	Érbio (Er:YAG)	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	Er ³⁺	970 nm	2,94 μm 1,64 μm
	Túlio/Hólmio (Tm:Ho:YAG)	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	Tm ³⁺ /Ho ³⁺	785 nm	2013 nm 2080 nm
	Titânio Safira	Al ₂ O ₃	Ti ³⁺	532 nm	800 nm
	Laser de corante	Corantes orgânicos		430 – 550 nm	320 – 1500 nm
Laser de semicondutor	GaAs, AlGaAs, InGaAs, InGaAsP		Injeção de corrente elétrica	630 – 1600 nm	
	InGaN		Injeção de corrente elétrica	410 nm	
Laser a fibra	Yb:glass	vidro	Yb ³⁺	970 nm	1064 nm
	Er:glass	vidro	Er ³⁺	980 nm 1480 nm	1520 – 1580 nm

2.1 LASERS A FIBRA

Lasers à fibra já haviam sido demonstrados no início do desenvolvimento do laser, mas começaram a ter interesses práticos com o desenvolvimento eficiente de laser de diodo para serem usados como bombeio [11]. Os lasers a fibra óptica utilizam como meio de ganho uma fibra óptica com o núcleo dopado por um íon de um elemento terra-rara (Neodímio, Itérbio, Érbio, Praseodímio etc.). Em geral, toda a cavidade é formada por fibras ópticas.

2.1.1 Fibra óptica padrão

As fibras ópticas padrão de telecomunicações são guias de onda cilíndricos compostos por um fino núcleo de sílica de índice de refração n_1 envolto por uma casca com índice de refração n_2 ligeiramente menor. Além do núcleo e da casca, a fibra possui um revestimento externo para proteção. A propagação da luz na fibra óptica baseia-se no efeito da reflexão interna total dos feixes ópticos injetados na fibra que incidem na interface núcleo-casca com um ângulo maior que o ângulo crítico, dado pela Eq. 2.

$$\theta_c = \text{Arcsen}(n_2/n_1) \quad (2)$$

Na Figura 6 é mostrada uma representação esquemática da secção transversal de uma fibra óptica com perfil de índice degrau.

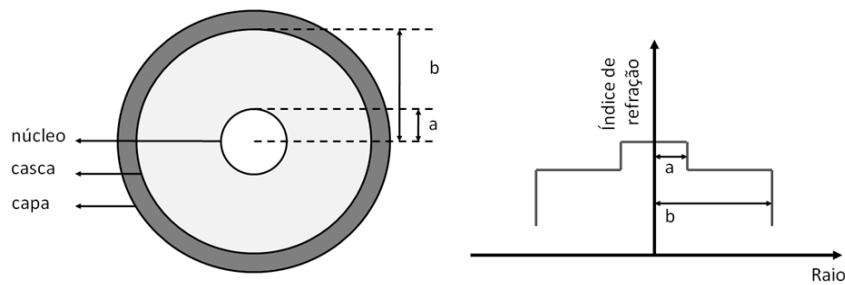


Figura 6 - Secção transversal de uma fibra óptica com perfil de índice degrau.

Existem duas categorias gerais de fibras ópticas utilizadas em sistemas de comunicações ópticas: as Fibras Monomodo, nas quais apenas um modo de propagação é permitido, e as Fibras Multimodo, nas quais vários modos podem se propagar simultaneamente, assim como mostra a Figura 7. Esses modos são obtidos a partir da solução das Equações de Maxwell para o campo elétrico e magnético do sinal óptico em um guia de ondas cilíndrico.

Outros dois parâmetros importantes que caracterizam uma fibra óptica são a diferença de índice de refração relativa núcleo-casca, dada pela Eq.3,

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (3)$$

e a frequência normalizada, também denominada parâmetro V , dada pela Eq. 4,

$$V = k_0 a (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad (4)$$

onde $k_0 = 2\pi/\lambda$, a é o raio do núcleo, e λ é o comprimento de onda da luz e n_1 e n_2 são respectivamente os índices de refração no núcleo e da casca.

O valor do parâmetro V define o número de modos suportados pela fibra óptica. Para $V < 2,405$ a fibra será monomodo e para $V > 2,405$ a fibra será multimodo. O fator de mais fácil ajuste para define o valor de V é o raio do núcleo, a . Para $\lambda = 1550 \text{ nm}$, o raio do núcleo das fibras monomodo varia entre 2 e 4 μm e o das fibras multimodo entre 25 e 30 μm . O raio da casca, b , geralmente varia entre 50 e 60 μm para ambas as fibras.

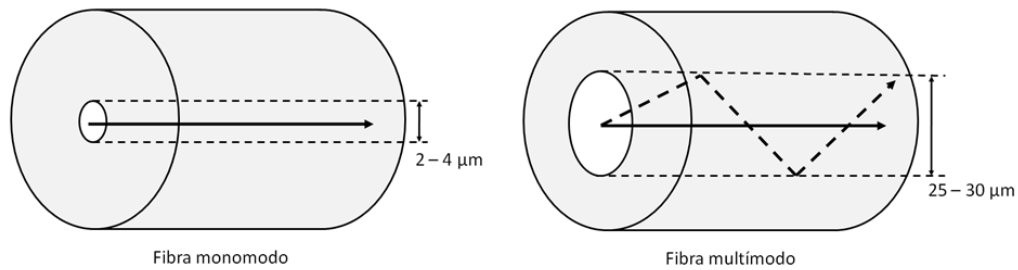


Figura 7 - Comparação dos diâmetros dos núcleos das fibras.

Vários efeitos afetam a propagação da luz nas fibras ópticas, limitando a distância e a largura de banda para a transmissão de informações. Esses efeitos dependem de vários fatores, principalmente das características da fibra óptica, podendo ser agrupados em duas categorias: efeitos lineares e efeitos não-lineares.

2.1.2 Efeitos Lineares

Os principais efeitos lineares são a Atenuação e a Dispersão. A Atenuação corresponde à perda de potência da luz à medida que esta se propaga na fibra e é causada por fatores intrínsecos, como espalhamento Rayleigh, absorção por impurezas ou imperfeições no vidro durante a fabricação, e fatores extrínsecos, como tensões e deformações causadas por forças externas.

A Atenuação é medida em termos do coeficiente de atenuação, dado pela Eq. 5,

$$\alpha = -\frac{10}{L} \log \left(\frac{P_{in}}{P_{out}} \right) \quad [dB/km] \quad (5)$$

onde P_{in} e P_{out} são respectivamente as potências de entrada e saída, e L é o comprimento da fibra em km. Na Figura 8 é mostrada uma curva de atenuação.

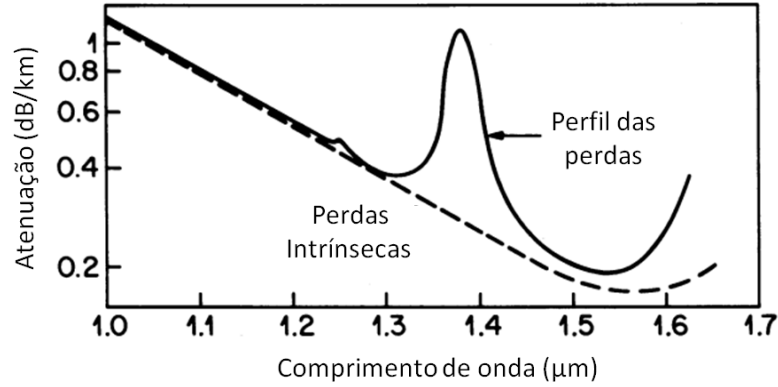


Figura 8 - Medida do espectro de atenuação de uma fibra óptica monomodo. Adaptado de [2].

A dispersão é um fenômeno que acontece com todos os tipos de ondas ao se propagarem num meio material. Em lasers que operam em regime pulsado, a dispersão ocasiona um alargamento dos pulsos ópticos à medida que se propagam. Dois tipos de dispersão geralmente ocorrem em fibras ópticas monomodo: Dispersão Cromática e Dispersão dos Modos de Polarização (*Polarization Mode Dispersion - PMD*).

A Dispersão Cromática ocorre devido às diferenças de velocidade de propagação na fibra entre as componentes espectrais do pulso. Esse efeito é chamado Dispersão da Velocidade de Grupo (*Group Velocity Dispersion - GVD*). Em fibras ópticas, a Dispersão Cromática tem duas componentes: Dispersão Material e Dispersão do Guia de Onda.

A Dispersão Material ocorre quando diferentes comprimentos de onda propagam-se a diferentes velocidades. Isso resulta pelo fato de que o índice de refração dos meios materiais depende do comprimento de onda da radiação. Desta maneira, a velocidade de fase é dada pela Eq. 6,

$$v_f = \frac{c}{n(\lambda)} \quad (6)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo e $n(\lambda)$ é o índice de refração do meio que é diferente para cada componente espectral.

A Dispersão do Guia de Onda ocorre devido à diferença de índice de refração entre o núcleo e a casca. Essa diferença resulta em um índice de refração efetivo que varia com o comprimento de onda. Componentes de pequeno comprimento de onda permanecem mais

confinadas no núcleo, de modo que o índice de refração efetivo é muito próximo do índice de refração do núcleo. Componentes de comprimento de onda intermediários penetram ligeiramente na casca, de modo que o índice de refração efetivo diminui. Componentes de comprimento de onda grande penetram bastante na casca, de modo que o índice de refração efetivo é muito próximo do índice de refração da casca. Esse efeito introduz um atraso na propagação das componentes de comprimento de onda maior em relação às componentes de comprimento de onda menor.

Usualmente, a dispersão é medida em termos do parâmetro D , dado pela Eq. 7,

$$D = -\frac{(2\pi c\beta_2)}{\lambda_0^3} \quad (7)$$

onde β é a constante de propagação da luz no guia de onda e β_2 é o segundo termo da expansão em série de Taylor de β em torno da frequência central, λ_0 é o comprimento de onda central. O parâmetro D é expresso em ps/(km.nm), e é uma medida da dispersão cromática de segunda ordem. Para $D < 0$, dizemos que a dispersão é normal, e para $D > 0$, dizemos que a dispersão é anômala. A Figura 9 mostra uma curva de dispersão cromática.

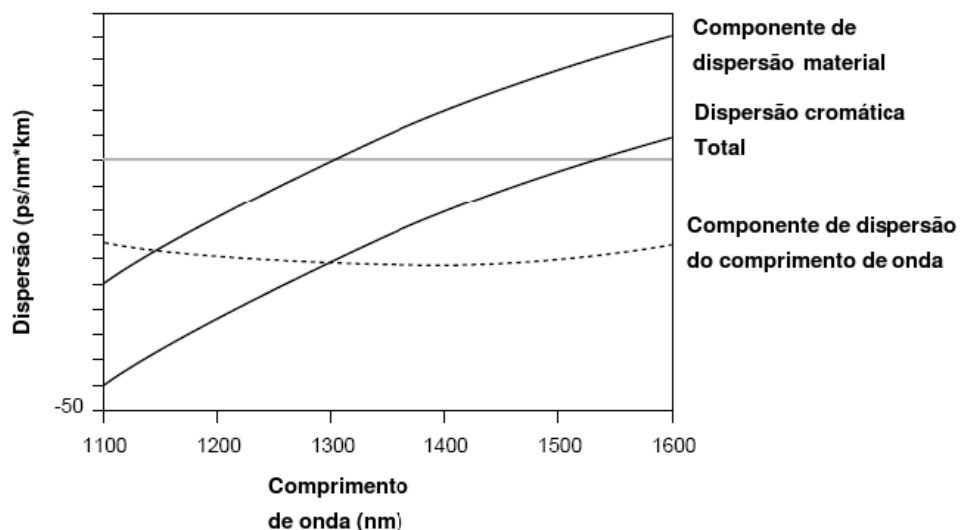


Figura 9 - Dispersão Cromática em uma fibra óptica [12].

A PMD ocorre devido a assimetrias na geometria cilíndrica da fibra resultantes do processo de fabricação, que introduzem pequenas diferenças entre os índices de refração de diferentes componentes de polarização. Devido a esse efeito, chamado Birrefringência, diferentes componentes de polarização propagam-se com velocidades diferentes, resultando no alargamento do pulso.

2.1.3 Efeitos não-lineares

A resposta de qualquer meio material, como as fibras ópticas, torna-se não-linear na presença de campos eletromagnéticos intensos. Em um nível fundamental, a origem da resposta não-linear está relacionada ao movimento não-harmônico dos elétrons sob a influência de intenso campo eletromagnético aplicado [2].

Os efeitos não-lineares em fibras ópticas podem ser divididos em duas categorias principais [2]. A primeira categoria inclui dois efeitos não-lineares relacionados à interação da luz com fônons: Espalhamento Raman Estimulado (SRS) e Espalhamento Brillouin Estimulado (SBS). A segunda categoria inclui fenômenos relacionados ao Efeito Kerr óptico, que ocorre devido à dependência do índice de refração com a intensidade óptica. Os principais efeitos nessa categoria são a Auto-Modulação de Fase (SPM) (será detalhada na seção 4.1), a Modulação de Fase Cruzada (XPM), a Mistura de Quatro Ondas (FWM), a Instabilidade Modulacional (MI) e a Formação de Sólitons (SF).

Para os sistemas de comunicação óptica que operam a altas taxas de transmissão (>10 Gb/s) e/ou altas potências, os efeitos não-lineares tornam-se muito importantes e devem ser considerados na propagação dos sinais.

2.2 LASER À FIBRA DOPADA COM ÉRBIO

O íon de Érbio (Er^{3+}) é um elemento de terra-rara utilizado como dopante em fibra óptica, esse conjunto (Érbio-fibra), é denominado como o meio de ganho de lasers de fibra dopada com Érbio. A concentração de íons de Érbio no núcleo da fibra é dosada de forma que o meio não deixe de propagar a luz guiada pela fibra. O Érbio é um sistema de três níveis de energia, como mostra o diagrama na Figura 10, e pode ser bombeado com lasers de semiconductor que operam no comprimento de onda de 980 nm ou de 1480 nm para promover a inversão dos níveis energéticos.

Como no exemplo da Figura 10, um sinal de bombeio de 980 nm excita um elétron a fazer uma transição eletrônica do nível N_1 ao nível N_3 . A transição entre os níveis N_3 e N_2 se dá na forma de vibrações da rede (fônons), ou seja, não é radiativa. O nível N_2 é metaestável, ou seja, o tempo de decaimento do nível N_2 para o nível de menor energia N_1 é muito maior do que o tempo que um fóton leva para dar uma volta na cavidade. Isso favorece com que os

fluxos de fótons que propagam pela cavidade com energia com igual à diferença entre os níveis N_2 e N_1 (fótons com comprimento de onda de 1550 nm) promovam o maior numero de emissões estimuladas possíveis,

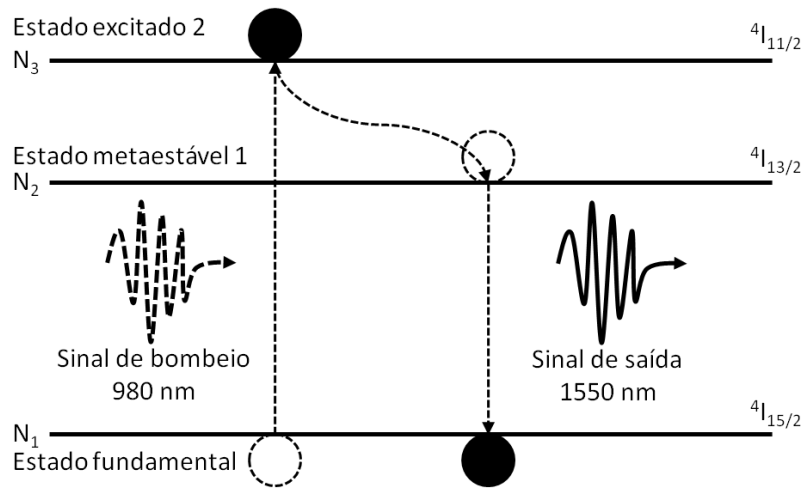


Figura 10 - Níveis de energia do Érbio.

Os níveis apresentados na Figura 10 são bandas de energia não discreta, ou seja, as bandas são compostas de alguns subníveis, o que faz com que as transições eletrônicas no Érbio possam ocorrer em muitos comprimentos de onda. Isso faz com que tanto o espectro de emissão, quanto de absorção, tenha uma largura grande comparada com transições eletrônicas de níveis discretos. Esta região delimitada pelo espectro mostrada na Figura 11, é onde ação laser é permitida.

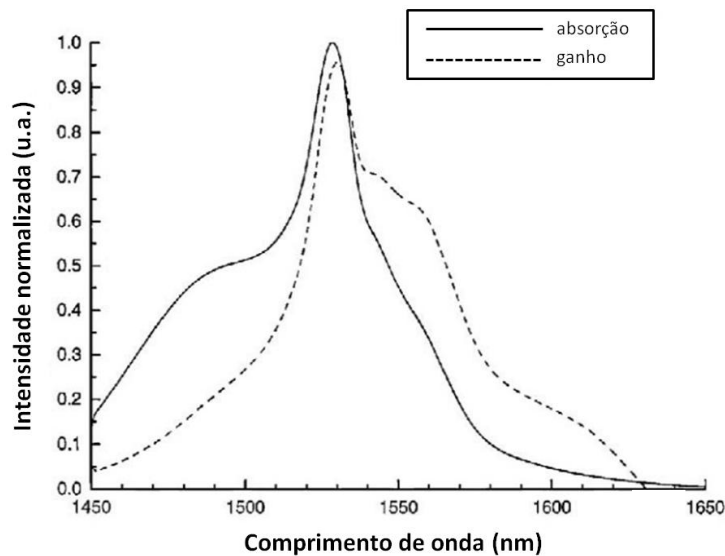


Figura 11 – Espectro do ganho e da absorção de um laser à fibra dopada com Érbio. Adaptado de [13]

A largura de banda de ganho que o Érbio permite é de aproximadamente 50 nm, como mostra a Figura 11, indo desde 1520 nm até 1570 nm. O que vai determinar o comprimento de onda de emissão do laser no laser à fibra dopada com Érbio é basicamente o equilíbrio entre perdas e ganhos no interior da cavidade.

Em geral, podemos configurar uma cavidade laser de fibra dopada com Érbio tanto como cavidade em anel, como vemos na Figura 12 (a), ou como cavidade linear (*Fabry-Peròt*), como vemos na Figura 12 (b), que são delimitadas por espelhos ou grades de Bragg em suas extremidades. Essas configurações costumam ter alguns metros de comprimento, que comparados a lasers de semicondutores, são cavidades consideravelmente grandes.

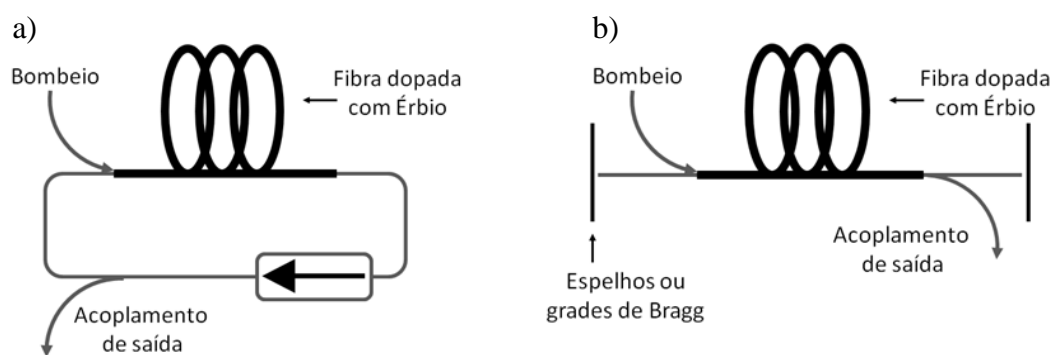


Figura 12 - Esquema típico de cavidade de laser à fibra dopada com Érbio: a) em anel; b) linear.

3 ACOPLAMENTO DE MODOS

Em seu regime normal, a grande parte dos lasers opera em regime CW, ou seja, toda energia eletromagnética produzida pelo laser ao longo do tempo é contínua. Porém é interessante fazer com que o laser opere em regime pulsado. Dessa forma o laser apresenta algumas vantagens, tais como o aumento da potência do laser (a energia que era distribuída ao longo do tempo agora fica confinada em um intervalo de tempo pequeno), alargamento espectral (que é uma alternativa de fonte de banda larga em sistemas de comunicação óptica).

Atualmente umas das técnicas mais utilizadas para fazer com que o laser opere em regime pulsado é a técnica de acoplamento de modos (*Mode-Locking – ML*), que obtém a geração de pulsos com duração de picossegundos até femtossegundos.

A técnica de acoplamento de modos baseia-se em fazer com que os modos longitudinais que oscilam na cavidade laser entrem em fase. Uma maneira simples de ilustrar essa idéia é pensar que o campo eletromagnético pode ser descrito como uma soma de cossenos, como dada pela Eq. 8,

$$E = \sum E_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) \quad (8)$$

onde E é a amplitude do campo elétrico total, E_n é a amplitude do n -ésimo modo longitudinal, t é o tempo, ω_n é a frequência do n -ésimo modo longitudinal e φ_n é a fase do n -ésimo modo longitudinal. A frequência do n -ésimo modo longitudinal é dada pela Eq. 9,

$$\omega_n = \omega_0 + n\Delta_\omega \quad (9)$$

onde ω_0 é a frequência do modo longitudinal central, n é o número do modo longitudinal e Δ_ω é a separação entre os modos longitudinais.

Quando a fase de cada modo longitudinal oscila de maneira aleatória, a soma dos cossenos gera um padrão aleatório, originando um ruído, como mostrado na Figura 13-a. Quando fixamos as fases, temos um padrão de batimento entre os modos, pelo fato de eles estarem em fase, originando pulsos, como mostrado na Figura 13-b.

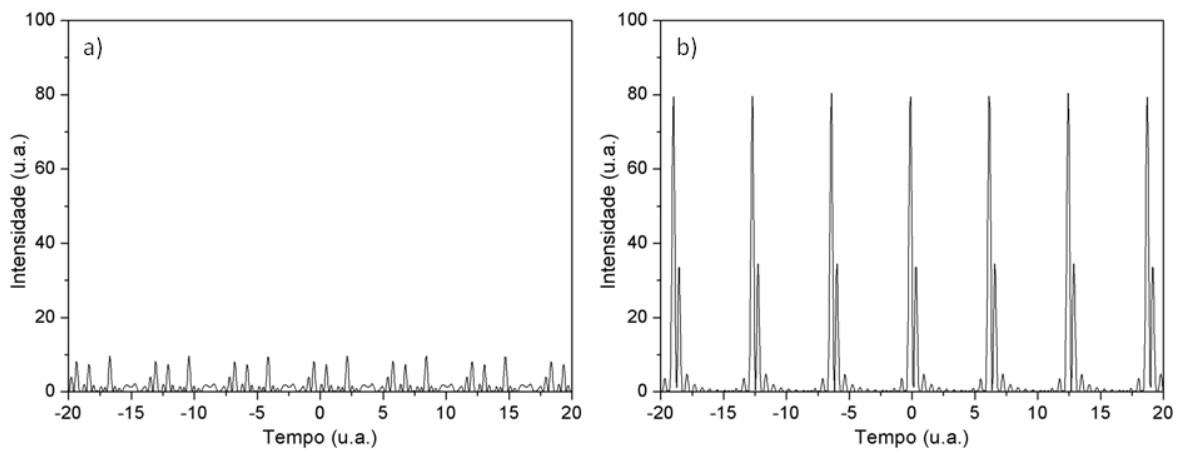


Figura 13 - Soma dos cossenos a) fase aleatória (que pode ser interpretado como um laser em regime CW) e b) fase fixa (que pode ser interpretado como um laser em regime pulsado).

O acoplamento de modos pode ser obtido através de diversas técnicas específicas que, de maneira geral, são classificadas como ativas ou passivas. No acoplamento ativo de modos, é inserido um modulador na cavidade para se modular as perdas. Este elemento vai induzir uma modulação de amplitude ou fase para cada modo longitudinal [7]. Em geral, os moduladores ativos são controlados externamente por um gerador de sinais. Desta maneira, pode-se modular a cavidade em qualquer frequência que seja um múltiplo inteiro da frequência fundamental da cavidade.

3.1 ACOPLAMENTO PASSIVO DE MODOS

No acoplamento passivo de modos é inserido na cavidade um elemento auto-modulador, responsável pelo acoplamento dos modos longitudinais da cavidade, como mostrado no esquema da Figura 14. Esse elemento normalmente é um absorvedor saturável, que em associação com o meio de ganho saturável leva a um acoplamento de modos natural do laser, sem a necessidade de um monitoramento externo [7]. No início do desenvolvimento da técnica de acoplamento passivo de modos, usavam-se meios de soluções a base de corantes líquidos como absorvedor saturável, mas desde o advento do laser de Ti:Safira, houve uma busca para se achar absorvedores saturáveis sólidos, mais comumente de semicondutores.

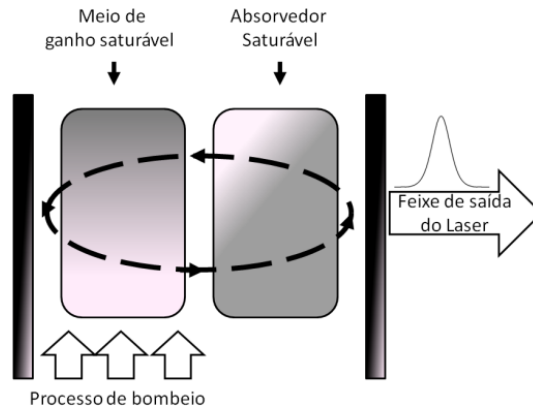


Figura 14 - Esquema geral de uma cavidade laser com ganho e perdas saturáveis.

Na presença de campos eletromagnéticos intensos o absorvedor saturável começa a se tornar transparente para a radiação, ou seja, ele se encontra no estado saturado e para de absorver a radiação da cavidade. Nesse instante o ganho se sobrepõe às perdas, criando uma janela temporal, que por sua vez, cria o pulso. A Eq. 10 é equação que descreve a taxa do absorvedor saturável para cada volta na cavidade [14], [15],

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q - q_0}{\tau_A} - q \frac{|a|^2}{E_A} \quad (10)$$

onde q é o coeficiente de absorção, q_0 é o coeficiente do absorvedor não saturável, τ_A é o tempo de recuperação, $|a|^2$ é o modulo quadrado do campo elétrico (intensidade), E_A é a energia de saturação do absorvedor saturável.

O absorvedor saturável pode ser classificado como rápido ou lento dependendo do tempo de recuperação do mesmo (τ_A) em relação à largura temporal do pulso (τ) [14], [15]. O tempo de recuperação é o tempo em que o absorvedor leva para completar um ciclo, ou seja, do estado inicial até o estado saturado e do estado saturado para voltar ao estado inicial. Definindo uma relação entre a largura temporal do pulso e o tempo de recuperação do absorvedor saturável como mostra a Eq. 11 [15],

$$\varepsilon = \frac{\tau}{\tau_A} \quad (11)$$

é possível ver a dinâmica de q para cinco valores diferentes de ε , assim como mostra a Figura 15. Se o tempo de recuperação do absorvedor saturável for menor ou próximo da largura

temporal do pulso, ele é classificado como rápido, caso contrário, é classificado como lento [15].

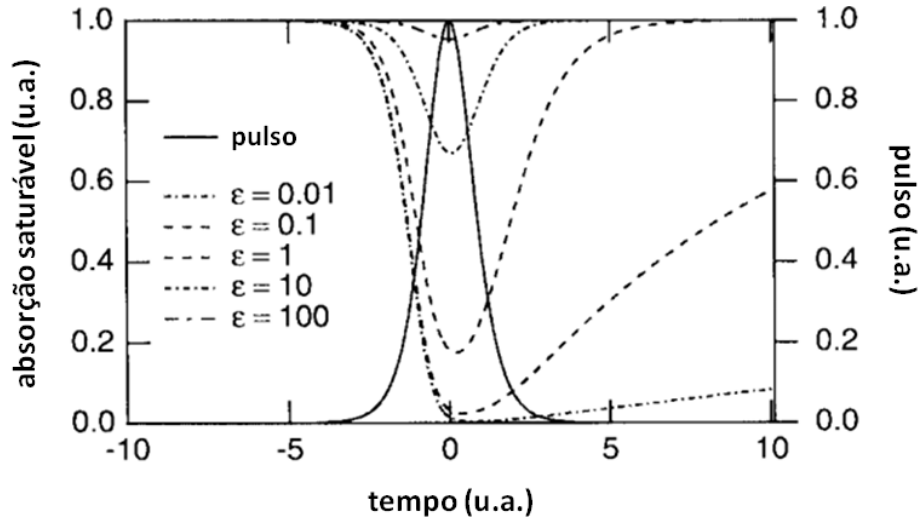


Figura 15 - Dinâmica temporal do absorvedor saturável para uma volta na cavidade. Adaptado de [15].

A Eq. 10 pode ser aproximada para os dois extremos mostrados na Figura 15. Para um absorvedor saturável rápido é feita uma aproximação na Eq. 10 de que q varia muito rápido com t , $dq/dt \approx 0$ [16]. Então para um absorvedor saturável rápido, a Eq. 10 tem solução dada pela Eq. 12,

$$q = \frac{q_0}{1 + \frac{|a|^2}{E_A/\tau_A}}. \quad (12)$$

Já para o absorvedor saturável lento, a aproximação usada é que $\tau \ll \tau_A$, então a primeira parte do lado direito da Eq. 10 pode ser desprezada [16]. Então para um absorvedor saturável lento, a Eq. 10 tem solução dada pela Eq. 13,

$$q = q_0 \exp \left[-\frac{1}{E_A} \int |a(t)|^2 dt \right]. \quad (13)$$

A técnica de acoplamento passivo de modos é utilizada para a obtenção de pulsos ultracurtos (da ordem de femtossegundos), mas em geral, a frequência de modulação no acoplamento passivo de modos é igual à frequência fundamental da cavidade, sendo assim, não se tem acesso direto na modulação da cavidade.

4 EQUAÇÃO DE GINZBURG-LANDAU

Como qualquer fenômeno eletromagnético, a propagação de um campo óptico em um meio material é governada pelas Equações de Maxwell. No Sistema Internacional de Unidades (S.I.), são dadas pelas Eqs. 14, 15, 16 e 17 [2],

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (14)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (17)$$

onde \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{D} e \mathbf{B} são respectivamente os vetores campo elétrico, campo magnético, deslocamento elétrico e indução magnética.

O vetor densidade de corrente \mathbf{J} e a densidade de carga ρ_f representam as fontes do campo eletromagnético. Os vetores deslocamento elétrico \mathbf{D} , e indução magnética \mathbf{B} surgem respectivamente em resposta a um campo elétrico \mathbf{E} e um campo magnético \mathbf{H} que se propagam em um meio material e são relacionados a estes através das Eqs. 18 e 19,

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (18)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (19)$$

onde ε_0 é a permissividade elétrica do vácuo, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, \mathbf{P} é a polarização elétrica induzida e \mathbf{M} é a polarização magnética induzida.

A partir das Equações de Maxwell, pode-se obter a equação de onda não-homogênea para o campo elétrico que se propaga em um meio sem cargas e correntes elétricas dada pela Eq. 20.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (20)$$

Para derivar a Eq. 20, foram utilizadas as aproximações de um meio sem cargas, $\mathbf{J}=0$, sem correntes elétricas, $\rho_f=0$, não magnético, $\mathbf{M}=0$, e as relações $\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E}$ e $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$, onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Partindo da Eq. 20 e dividindo o vetor polarização \mathbf{P} em uma parte linear \mathbf{P}_L e uma parte não-linear \mathbf{P}_{NL} , obtém-se a Eq. 21.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (21)$$

Os vetores \mathbf{P}_L e \mathbf{P}_{NL} podem ser escritos na forma das Eqs. 22 e 23, respectivamente [2],

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \quad (22)$$

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) \vdots \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (23)$$

onde $\chi^{(1)}$ e $\chi^{(3)}$ são respectivamente os tensores de suscetibilidade elétrica de primeira e terceira ordem (os símbolos \cdot e \vdots nas expressões acima denotam o produto tensorial).

Essas relações são válidas em uma aproximação de dipolo-elétrico, de modo que a resposta do meio é local. Devido à complexidade da Eq. 21, é necessário fazer aproximações para obter uma solução. Geralmente, os efeitos não-lineares são tratados perturbativamente, o que se justifica uma vez que $|\mathbf{P}_{NL}| \ll |\mathbf{P}_L|$. Os efeitos não-lineares são introduzidos tratando-se \mathbf{P}_{NL} como uma pequena perturbação sobre \mathbf{P}_L . Além disso, outras simplificações são necessárias para simplificar a solução da Eq. 21. Primeiro, assume-se que o campo óptico mantém sua polarização ao longo do comprimento da fibra, de modo que uma abordagem escalar é válida. Segundo, assume-se que o campo óptico é praticamente monocromático, isto é, seu espectro centrado em ω_0 apresenta pequena largura espectral $\Delta\omega$.

Utilizando a Aproximação do Envelope Variando Lentamente, o campo elétrico pode ser escrito na forma da Eq. 24 [2],

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c. c.] \quad (24)$$

onde \hat{x} o vetor unitário de polarização, $E(\mathbf{r}, t)$ é uma função que varia lentamente com o tempo (relativamente ao período óptico) e *c.c.* denota o complexo conjugado. As componentes de polarização \mathbf{P}_L e \mathbf{P}_{NL} também podem ser escritas de forma similar como dadas pelas Eqs. 25 e 26.

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_L(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c. c.] \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_0 t) + c. c.] \quad (26)$$

Substituindo as Eqs. 24 e 25 na Eq. 22 e utilizando a Transformada de Fourier de $E(\mathbf{r}, t')$, definida pela Eq. 27, obtém-se a Eq. 28.

$$E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (27)$$

$$P_L(\mathbf{r}, t) = \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) \tilde{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (28)$$

A contribuição não-linear é obtida aproximadamente, assumindo-se que a resposta não-linear é instantânea, de modo que a dependência temporal de $\chi^{(3)}$ na Eq. 23 é dada pelo produto de três funções deltas da forma $\delta(t - t_1)$. Nesse caso, a Eq. 23 reduz-se à Eq. 29, utilizando a aproximação do envelope variando lentamente (Eq. 25) e utilizando a Transformada de Fourier obtemos a Eq. 30,

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (29)$$

$$P_{NL}(\mathbf{r}, t) = \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{NL}(\omega) \tilde{E}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i(\omega - \omega_0)t] d\omega \quad (30)$$

onde ε_{NL} é a contribuição não-linear da constante dielétrica, dada pela Eq. 31.

$$\varepsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi_{xxx}^{(3)} |E(\mathbf{r}, t)|^2 \quad (31)$$

Substituindo as Eqs. 27, 28 e 30 respectivamente nas Eqs. 24, 25 e 26, obtêm-se as Eqs. 32, 33 e 34.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i\omega t] d\omega \quad (32)$$

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i\omega t] d\omega \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{\varepsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{NL}(\omega) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) \exp[-i\omega t] d\omega \quad (34)$$

Substituindo as Eqs. 32, 33 e 34 na Eq. 21, definindo $\varepsilon(\omega) = 1 + \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL}$, obtêm-se a equação de Helmholtz para $\tilde{\mathbf{E}}$ (Eq. 35),

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} - \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (35)$$

onde $k_0 = \omega/c$.

A partir da expressão $\varepsilon(\omega) = (\bar{n} + i\bar{\alpha}c/2\omega)^2$, define-se o índice de refração \bar{n} e o coeficiente de absorção $\bar{\alpha}$ dependentes da intensidade, dados pelas Eqs. 36 e 37 respectivamente,

$$\bar{n} = n + n_2 |E|^2 \quad (36)$$

$$\bar{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |E|^2 \quad (37)$$

onde n é o índice de refração linear, α é o coeficiente de absorção, n_2 é o índice de refração não-linear (não confundir com o n_2 do índice de refração da casca definido na seção 2.1.1) e α_2 é o coeficiente de absorção de dois fótons.

A Eq. 35 pode ser resolvida pelo método de separação de variáveis, assumindo uma solução da forma da Eq. 38,

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(i\beta_0 z) \quad (38)$$

onde $F(x, y)$ é a função de distribuição modal (que dá a distribuição do campo elétrico em uma seção transversal), $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$ é uma função que varia lentamente com z e β_0 é o número de onda.

Substituindo a Eq. 38 na Eq. 35 e desprezando o termo $\partial^2 \tilde{A} / \partial z^2$ pelo fato de \tilde{A} variar lentamente com z , obtêm-se as Eqs. 39 e 40,

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega)k_0^2 - \tilde{\beta}^2]F = 0 \quad (39)$$

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2)\tilde{A} = 0 \quad (40)$$

onde $\tilde{\beta}$ é uma constante de separação com dimensões de número de onda.

A Eq. 39 pode ser resolvida utilizando-se teoria de perturbação. Em primeira ordem, obtém-se a correção para $\tilde{\beta}$, dada pela Eq. 41,

$$\tilde{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta \quad (41)$$

onde o termo $\Delta\beta$, Eq. 42, inclui os efeitos de atenuação e não-linearidade,

$$\Delta\beta = \gamma|A|^2 + i\frac{\alpha}{2} \quad (42)$$

onde γ é o chamado parâmetro não-linear.

Aproximando a expressão $\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2$ na Eq. 29 por $2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0)$ e utilizando a Eq. 41, pode-se reescrever a Eq. 40 para que fique na forma da Eq. 43.

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i[\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0]\tilde{A} \quad (43)$$

Embora a forma funcional de $\beta(\omega)$ seja desconhecida, pode-se expandi-la em série de Taylor em torno de ω_0 , como visto pela Eq. 44,

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \dots \quad (44)$$

quando a largura espectral é pequena, ou seja, $\Delta\omega \ll \omega_0$, pode-se desprezar termos de ordem mais alta.

Desprezando os termos de ordem maior que dois na Eq. 44, substituindo na Eq. 43 e tomando a Transformada de Fourier inversa de $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$, obtém-se a equação de propagação para $A(z, t)$, dada pela Eq. 45,

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial}{\partial t} A - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A + i\Delta\beta A \quad (45)$$

onde na Transformada de Fourier inversa, o termo $(\omega - \omega_0)$ na Eq. 33 é substituído pelo operador diferencial $i(\partial/\partial t)$.

Substituindo a Eq. 42 na Eq. 45 obtemos a chamada Equação de Schrödinger Não-Linear (*Non-Linear Schrödinger Equation* – NLSE), Eq. 46, que descreve a propagação da luz em um meio material sem cargas e correntes elétricas,

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2} A - \beta_1 \frac{\partial}{\partial t} A - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A + i\gamma |A|^2 A \quad (46)$$

onde $A=A(z, t)$, é a amplitude do campo elétrico na aproximação de envelope variando lentamente, α é o coeficiente de atenuação, β_1 é o coeficiente de dispersão de primeira ordem, β_2 é o coeficiente de dispersão de segunda ordem, e γ é o parâmetro não-linear.

Os coeficientes β_1 e β_2 são relacionados ao chamado parâmetro de dispersão, D , através da Eq. 47,

$$D = \frac{\partial\beta_1}{\partial\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx \frac{\lambda}{c_0} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (47)$$

onde c_0 é a velocidade da luz no vácuo e λ é o comprimento de onda.

Para um meio que tenha dinâmica de ganho e perdas saturáveis, como é caso de uma cavidade laser que utiliza a técnica de acoplamento passivo de modos, podemos inserir na Eq. 46 um parâmetro g , responsável pelo ganho da cavidade, e um parâmetro q , responsável pelo absorvedor saturável, dado pela solução da Eq. 10.

Em principio, podemos assumir que a distribuição do ganho para cada componente espectral pode ser aproximando por um perfil Lorentziano, como mostrado na Figura 16.

Onde na Figura 16 ω_0 é a frequência do modo central e $\Delta\omega$ é a separação entre os modos longitudinais. O que determina a separação entre os modos é o comprimento da cavidade, ou seja, $\Delta\omega = \pi c/z$.

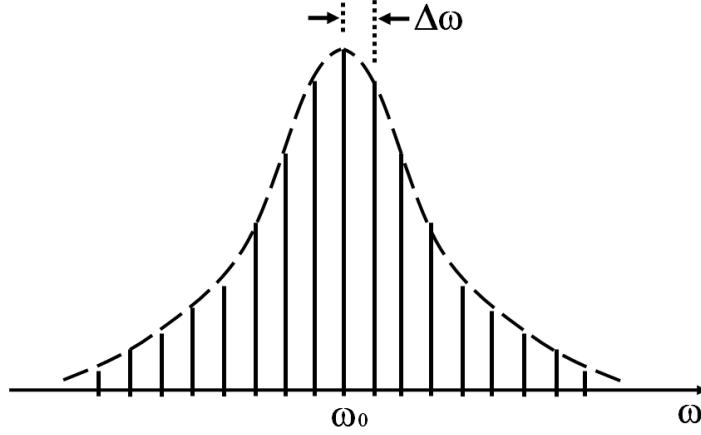


Figura 16 - Perfil Lorentziano do ganho.

Partindo do perfil Lorentziano assumido para o ganho, podemos dizer que a amplitude \tilde{A}_n do n -ésimo modo varia em relação à amplitude modo central como dado pela Eq. 48 [4],

$$G(n)\tilde{A}_n = \left[1 + \frac{g}{1 + (n\Delta\omega)^2/\Omega_g^2} \right] \tilde{A}_n \approx \left\{ 1 + g \left[1 - \frac{(n\Delta\omega)^2}{\Omega_g^2} \right] \right\} \tilde{A}_n \quad (48)$$

onde n é a ordem do n -ésimo modo e Ω_g é a largura de banda do ganho. Pela Transformada de Fourier inversa, o termo $(n\Delta\omega)$ na Eq. 48 pode ser substituído pelo operador diferencial $i(\partial/\partial t)$. Desta forma podemos incluir a Eq. 48 (responsável pelo ganho da cavidade) e a solução para a Eq. 10 na Eq.46. Assumindo que A varie pouco a cada volta na cavidade, podemos definir a chamada Equação de Ginzburg-Landau (*Ginzburg-Landau Equation – GLE*), Eq. 49:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left[-\frac{\alpha}{2} - \beta_1 \frac{\partial}{\partial t} - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + i\gamma|A|^2 \right] A + \left[g \left(1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) - q \right] A. \quad (49)$$

A Equação de Ginzburg-Landau descreve a dinâmica de uma cavidade laser em regime de acoplamento passivo de modos.

4.1 SOLITONS

O termo *sóliton* aparece em vários campos da Física e refere-se a tipos especiais de ondas que podem se propagar através de longas distâncias sem distorção [2]. A formação de sólitons na cavidade laser em regime de acoplamento passivo de modos é uma consequência natural de um pulso intenso, que correspondem a uma manifestação da não-linearidade que ocorre no regime de dispersão anômala ($\beta_2 < 0$) como resultado da combinação entre os efeitos de dispersão e os efeitos não-lineares. A formação de solitons na cavidade laser tende a limitar o processo de encurtamento do pulso [17].

Em geral, o efeito não-linear responsável pela formação de pulsos do tipo soliton é a Auto-modulação de Fase (*Self-Phase Modulation* - SPM). A SPM pode ser entendida como o deslocamento de fase não-linear que ocorre durante a propagação de um pulso através de um material devido à dependência do índice de refração não-linear com a intensidade óptica do próprio pulso [2]. Quando a intensidade óptica varia no tempo, partes distintas do pulso sofrem deslocamento de fase diferente, resultando em um alargamento espectral do sinal óptico.

Desprezando todos os efeitos na Eq. 49, exceto o efeito da SPM e a GVD (β_2), voltamos a NLSE, como descrito na Eq. 50 [4],

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} A + i\gamma |A|^2 A \quad (50)$$

onde a primeira solução da Eq. 50, que equivale a solução para solitons fundamentais, é da forma dada pela Eq. 51,

$$A = P_1 \operatorname{sech}\left(\frac{t - \beta_2 \Delta\omega z}{T_0}\right) \exp(i\Delta\omega t) \exp\left[-iz\left(\gamma |A|^2 + \frac{\beta_2 \Delta\omega^2}{2}\right)\right] \quad (51)$$

onde P_1 é a potência de pico dada pela Eq. 52, t é o tempo local, T_0 é a largura do pulso e z é o comprimento da cavidade laser. Na Eq. 51 a variação de frequência $\Delta\omega$, modifica o inverso da velocidade de grupo dado por $\beta_2 \Delta\omega$ e também gera uma mudança de fase por unidade de comprimento dado por $\beta_2 \Delta\omega^2 / 2$ [4].

A Eq. 52 mostra a potência de pico necessária para que se forme um sóliton na cavidade,

$$P_N = N^2 \frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2} = \frac{3,11}{2\gamma z_0} \quad (52)$$

onde N é a ordem do soliton. Os sólitons denominados fundamentais ($N = 1$) se propagam sem distorção ao longo do comprimento. Os sólitons de ordem mais alta ($N > 1$) evoluem de forma periódica ao longo da cavidade, com período dado pela Eq. 53 [2],

$$z_0 = \frac{\pi T_0^2}{2 |\beta_2|} = \frac{0,32 \cdot \pi^2 c T_0^2}{\lambda^2 |D|} \quad (53)$$

mas em geral, solitons de ordens superiores a $N = 1$, acabam se dividindo em soliton fundamentais e se propagando dessa forma pela cavidade. O período de soliton é um parâmetro importante na elaboração de uma cavidade laser que opera com dispersão anômala, pois ajuda a determinar se a cavidade suporta efeitos solitonicos dada um certa potência de operação do laser.

5 RESULTADOS

Para validar o desenvolvimento tanto do método quanto do programa elaborado em ambiente MATLAB, foi utilizado como referencia resultados expostos no artigo publicado por Kärtner, der Au e Keller [14], onde foi realizado um estudo sobre a diferença entre absorvedor saturável rápido e lento. A Eq. 54 descreve o sistema em questão do artigo [14],

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left(-iD \frac{\partial^2}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 \right) A + \left(g - l + \frac{g}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - q \right) A. \quad (54)$$

Esta equação é a mesma que a Eq. 49, que derivamos na seção 4, porém exposta de outra maneira. Neste caso, os parâmetros que ajustam a Eq. 49 para a Eq. 54 são: $\beta_l = 0$, para um pulso normalizado em relação ao vetor de tempo local, $D = \beta_2/2$, que representa a dispersão da cavidade (onde D não é o mesmo parâmetro da Eq.7) e $l = \alpha/2$, que representa as perdas da cavidade.

O artigo [14] simula um laser de Nd:vidro com uma taxa de repetição de 114 MHz. O ganho saturável é dado pela Eq. 55,

$$g = \frac{g_0}{1 + \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 dt}{P_L T_R}} \quad (55)$$

onde g_0 é ganho de pequeno sinal, P_L é a potência de saturação e T_R é o tempo de uma volta na cavidade, que é dado por $T_R = 2z/c$, z é o tamanho da cavidade (cavidade linear).

As simulações realizadas pelo artigo [14] utilizam um pulso de duração de 1 ps como parâmetro de entrada, mas não há informação quanto ao formato e intensidade do pulso inicial. A única informação que é dada pelo artigo [14] é que para uma cavidade sem dispersão ($D = 0$) e não-linearidade ($\gamma = 0$), o pulso entrava em estado estacionário em 20.000 iterações, ou seja, após 20.000 voltas na cavidade não haveria mais modificação no pulso.

Então para poder se aproximar ao parâmetro de entrada do artigo [14], foi escolhido um pulso com formato gaussiano de duração de 1 ps para realizar testes variando os valores de g_0 de 0 m^{-1} até $0,2 \text{ m}^{-1}$ com um passo de 0,01, e a potência do pulso de entrada de 10^1 W até 10^5 W com um passo de 10^1 , para que possa determinar em qual o valor de intensidade do pulso inicial o sistema irá entrar em estado estacionário em 20.000 interações. Foi estipulado um valor de mínimo da diferença entre um pulso de entrada a um pulso de saída para dizer

que sistema está no estado estacionário. Este valor foi de 0.02 W. As simulações que foram levadas em consideração, são as que utilizam a aproximação da solução da equação de taxa do absorvedor saturável rápido. Os parâmetros utilizados para toda a validação do programa estão listados na tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros utilizados na simulação [14].

l	0,01
g_0	0 – 0,2
Ω_g	$2\pi \cdot 4$ THz
P_L	0,8 W
E_A	17 nJ
τ_A	50 fs – 200 fs
q_0	0,005
D	-75 fs^2
γ	0,2 / MW

Para processar as simulações foi utilizado um computador com as seguintes configurações: Sistema de operação Windows® 7 Professional 32 Bits; Processador Intel® Core™2 Duo 2.20 GHz; 3,00 GB de memória RAM.

Os resultados dos testes para valores de g_0 que mais teve números de iterações estão mostrados na Figura 17. O valor de $g_0 = 0.06 \text{ m}^{-1}$ foi o que mais teve numero de iterações, qualquer outro valor de g_0 entrava em estado estacionário antes do valor de 20.000 iterações. Pelos resultados, assim como visto na Figura 17, foi definido que o valor de 10^3 W para a intensidade para o pulso inicial foi o fixado para dar andamento à validação do programa.

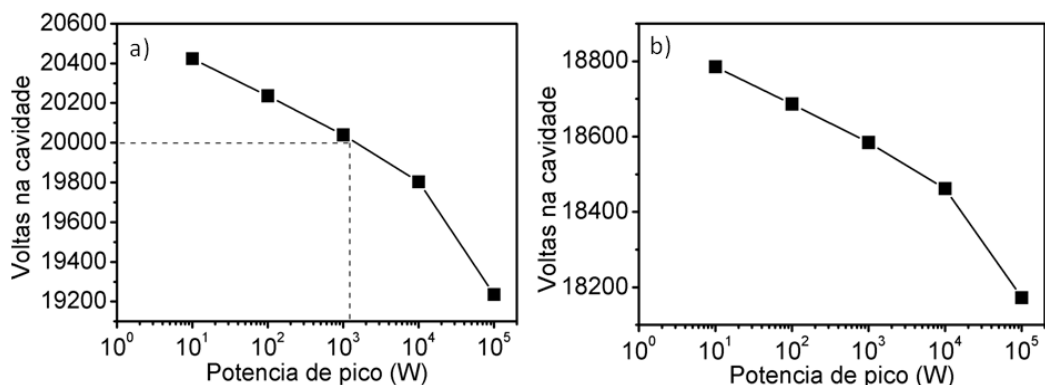


Figura 17 - Teste para calibrar o parâmetro de entrada do programa. Os valores de g_0 com maiores números de interações, a) $g_0 = 0.06 \text{ m}^{-1}$ e b) $g_0 = 0.07 \text{ m}^{-1}$.

O primeiro resultado gerado foi para um absorvedor rápido, com $\tau_A = 50 \text{ fs}$, sem dispersão e não-linearidade, $D = 0$ e $\gamma = 0$.

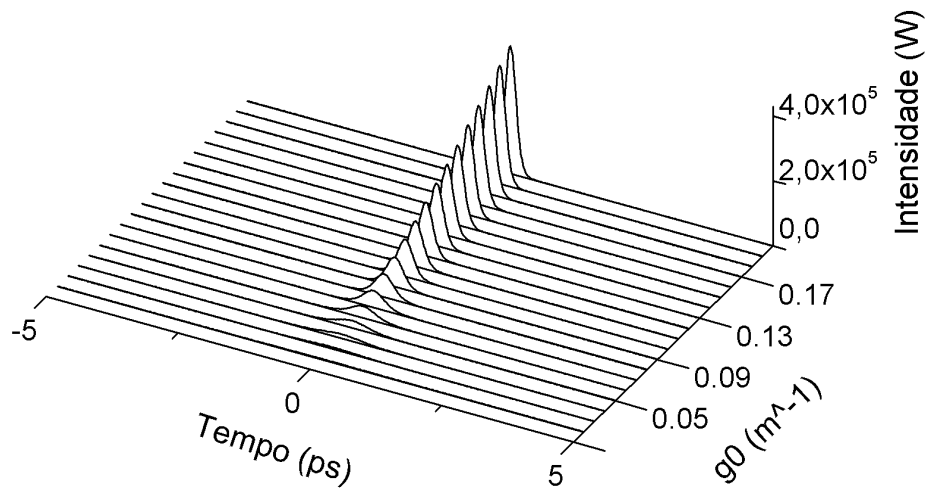


Figura 18 - Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal. Sem dispersão e não-linearidade (simulação).

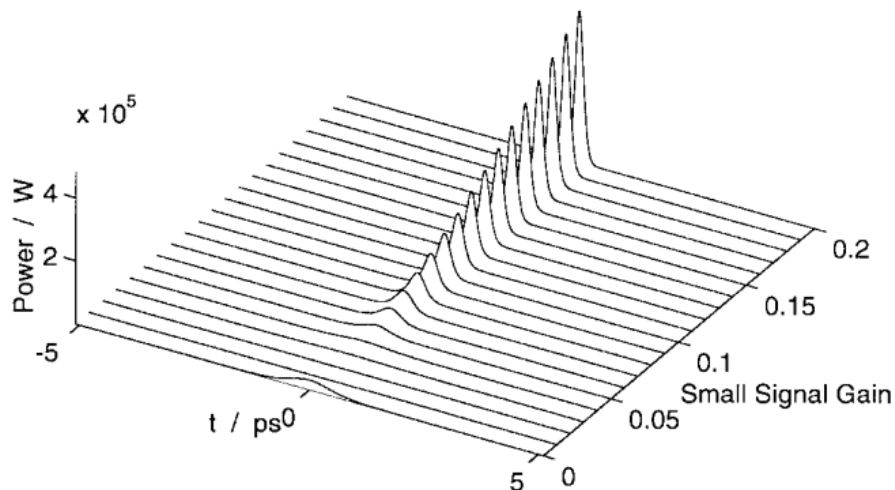


Figura 19- Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal. Sem dispersão e não-linearidade (retirado da referência [14]).

A Figura 18 (simulação) e a Figura 19 (referência) são figuras tridimensionais que mostram as mudanças tanto de intensidade como temporal do pulso inicial que se propagou na cavidade após 20.000 voltas. Devido às características da cavidade, que neste caso, não possui dispersão e não linearidade é visto que o pulso aumenta sua intensidade conforme o valor de ganho de pequeno sinal também aumenta. Quando o valor do ganho de pequeno sinal é de $0,20 \text{ m}^{-1}$, O valor da largura temporal do pulso é de 245 fs. Isso diz que a cavidade pôde encurtar o pulso inicial em 75,5%. A simulação deste trabalho mostrou-se bem reproduzível para este regime, pois comparando o resultado gerado (Figura 18) com o resultado da referência [14] (Figura 19) é vista uma grande coerência entre elas.

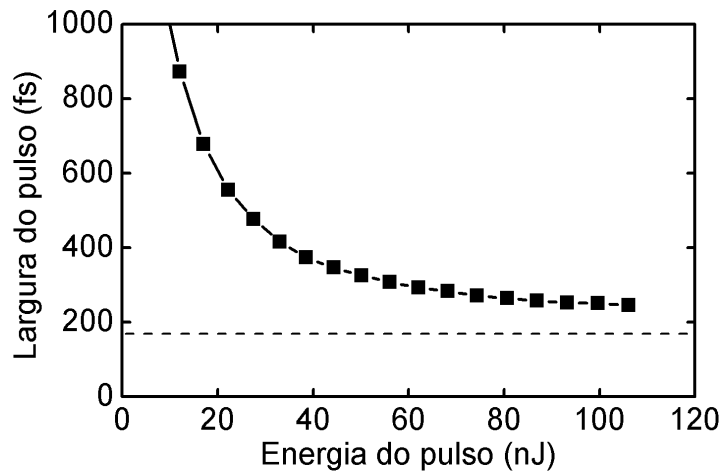


Figura 20 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso. Sem dispersão e não-linearidade (simulação).

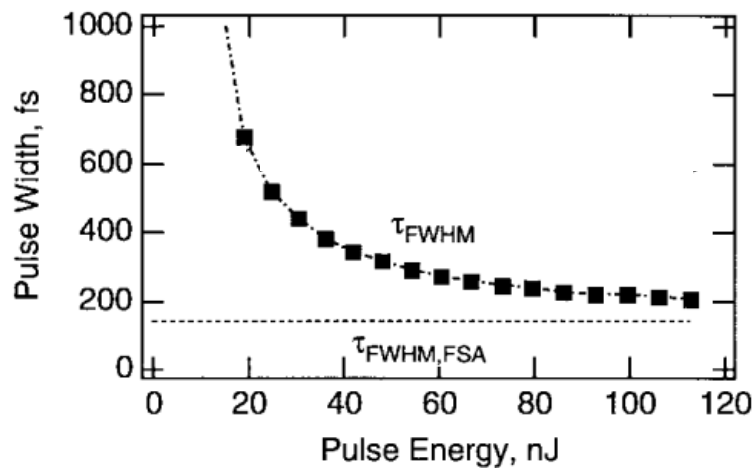


Figura 21 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso. Sem dispersão e não-linearidade (retirado da referência [14]).

A Figura 20 (simulação) e a Figura 21 (referência) mostram que o pulso encurta quando recebe mais energia da cavidade. Esta energia está diretamente ligada ao ganho da cavidade. A Figura 20 e a Figura 21 são figuras que complementam as análises feitas para os resultados mostrados na Figura 18 e na Figura 19, pois dão o quadro geral do sistema. Na Figura 21 é mostrada uma linha pontilhada que é nomeada como $\tau_{FWHM, FSA}$. Esta linha mostra o valor mínimo que a largura temporal do pulso deveria ter se fosse um absorvedor saturável rápido ideal. Este valor para a largura temporal do pulso é de 170 fs. Neste ponto, a simulação do trabalho mostrou-se reproduzível quando comparamos a Figura 20 com a Figura 21.

A Figura 22 mostra o tempo da simulação para o número de voltas na cavidade. Na Figura 22 foi feita uma curva exponencial ajustando com os resultados obtidos pelas simulações. Esta exponencial pode dar informações de quanto tempo levariam simulações superiores a 20.000 voltas para a cavidade sem dispersão e não-linearidade.

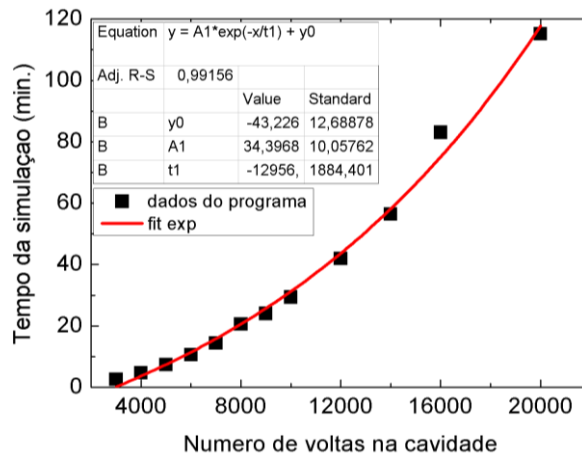


Figura 22- Tempo da simulação para simulação sem dispersão e não-linearidade.

O segundo resultado gerado foi para um absorvedor rápido, com $\tau_A = 200 \text{ fs}$, incluindo a dispersão e a não-linearidade (vide tabela 2).

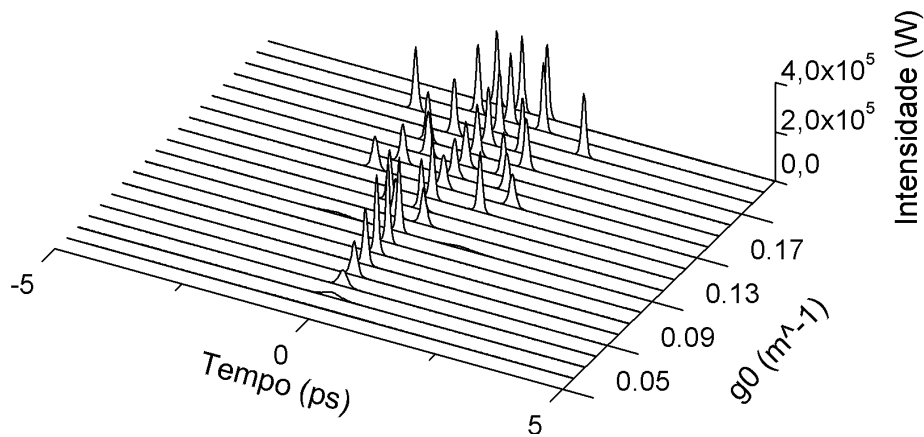


Figura 23 - Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal (simulação).

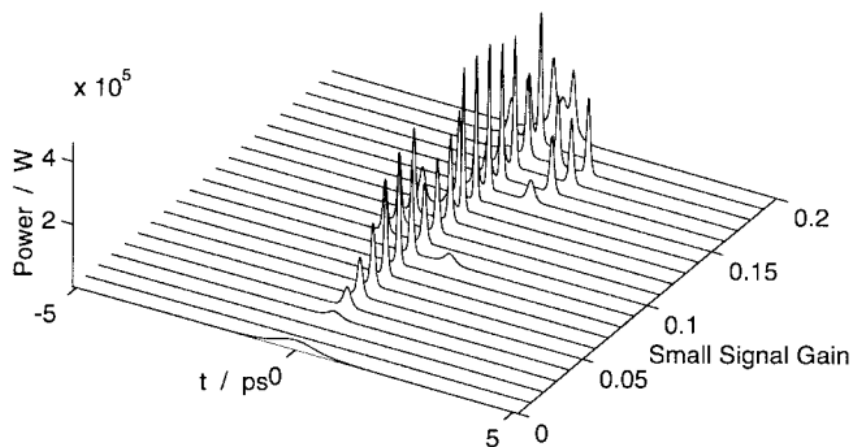


Figura 24 - Pulsos formados para cada valor de ganho de pequeno sinal (retirado da referência [14]).

A Figura 23 (simulação) e a Figura 24 (referencia) são figuras tridimensionais que mostram as mudanças tanto de intensidade como temporal do pulso inicial que se propagou na cavidade após 20.000 voltas. Devido às características da cavidade, que neste caso, possui dispersão e não linearidade é visto que o pulso aumenta sua intensidade até certo valor de ganho de pequeno sinal, e a partir deste valor, o pulso se quebra originando outros pulsos. Este é um fenômeno solitonico devido ao balanceamento entre dispersão e não-linearidade da cavidade [14]. Nossa simulação mostrou-se reproduzível até certo ponto neste regime, pois a figura gerada pelo programa não está semelhante ao da referencia. O primeiro ponto foi que nossos resultados chegavam a um estado estacionário antes de 20.000 iterações, ao contrário da referência, que analisavam o resultado final da simulação em 20.000 iterações. Segundo o artigo [14], a Figura 24 não está no estado estacionário, sendo que a primeira hipótese que podemos elaborar até este ponto é que a Figura 24 tende a Figura 23 quando os pulsos entrarem em estado estacionário. Essa hipótese é justificada pelos resultados que se seguem.

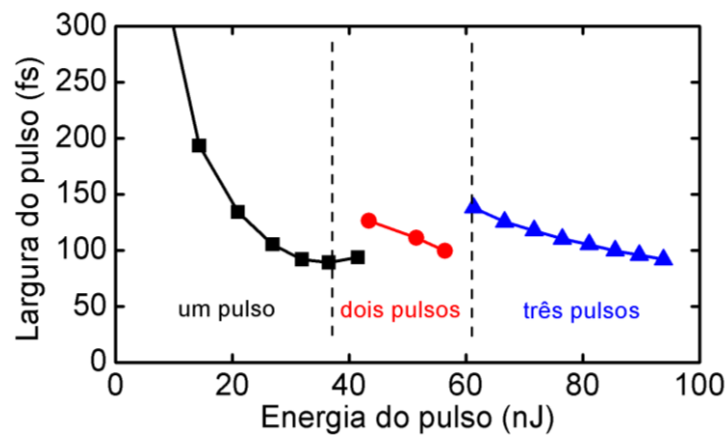


Figura 25 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso (simulação).

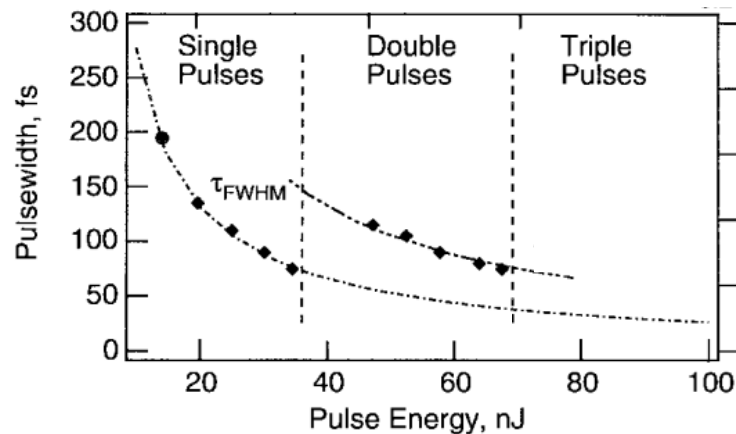


Figura 26 - Perfil de encurtamento do pulso: Largura do pulso em função da energia do pulso (retirado da referência [14]).

A Figura 25 e a Figura 26 mostram o encurtamento do pulso devido a um maior ganho na cavidade. Os resultados mostraram-se bem semelhante, e um ponto importante é que no artigo [14] é dito que na Figura 26 os pulsos estão no estado estacionário, dando créditos à hipótese feita acima.

A Figura 27 mostra o tempo da simulação para o número de voltas na cavidade, onde o tempo de simulação mostra-se maior que a simulações anteriores (sem dispersão e não-linearidade). Na Figura 27 foi feita uma curva exponencial ajustando com os resultados obtidos pelas simulações. Esta exponencial pode dar informações de quanto tempo levariam simulações superiores a 20.000 voltas para a cavidade com dispersão e não-linearidade.

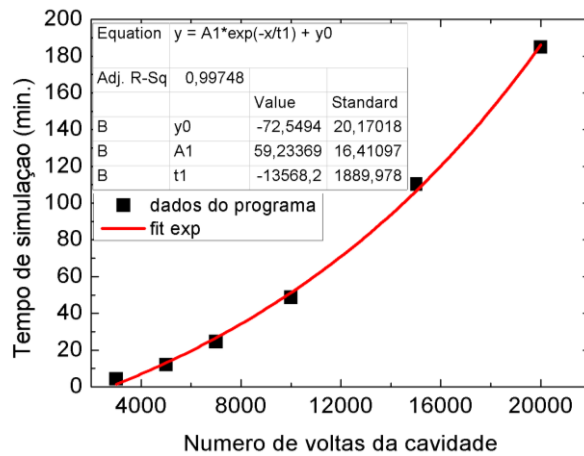


Figura 27 - Tempo da simulação para simulação com dispersão e não-linearidade.

Esses resultados garantem certa validade do programa até então. O próximo passo foi reproduzir os dados experimentais dos lasers do Laboratório de Fotônica da Universidade Presbiteriana Mackenzie. O laser simulado é um laser a fibra dopada com Érbio que usa como absorvedor saturável filmes finos de nanotubos de carbono com diâmetro de 1 nm, e como características um produto $\alpha L \approx 1$ [18], sendo α o coeficiente atenuação não-saturável dos nanotubos de carbono e L a espessura do filme. A configuração experimental do laser está mostrada na Figura 28.

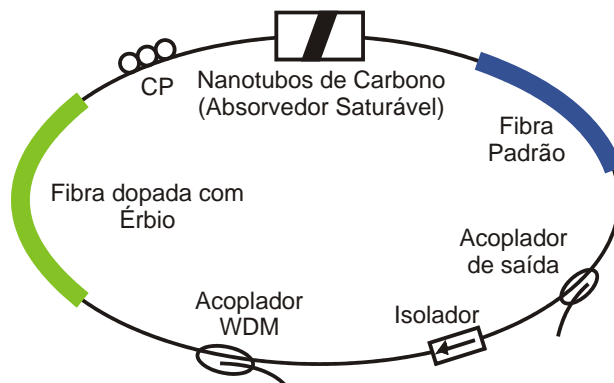


Figura 28 - Configuração geral de Laser à fibra dopada com Érbio. CP: controlador de polarização.

Com esta configuração experimental, o laser gera uma largura de banda de aproximadamente 5,7 nm, como mostrado na Figura 29, para uma cavidade de comprimento total de 9 m [18]. Variando o comprimento total da cavidade para 5 m ou 15 m, o laser gera larguras de bandas de 3,1 nm e 3,9 nm respectivamente [18].

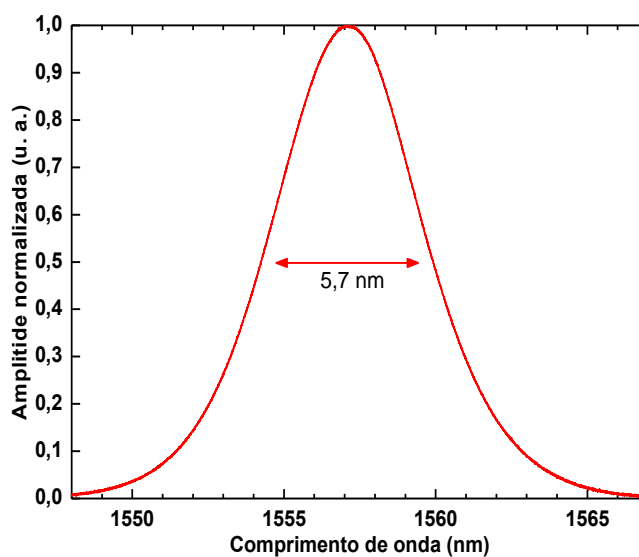


Figura 29 - Espectro gerado experimentalmente.

Tentamos reproduzir a largura de banda para a cavidade de 9 m do artigo [18] ajustando algumas variáveis no programa para podermos estipular a largura do pulso e entender os fatores que o comprimento total da cavidade influencia na largura de banda. Pulsos do tipo solitons não foram confirmados pelo experimento. Então para ter certeza que a simulação não trabalha em regime solitonico, foram feitos cálculos utilizando a Eq. 52 para poder ter um guia de potências para garantir que a simulação não trabalhe em regime solitonico para cada valor de comprimento de cavidade. Os valores para esses cálculos estão mostrados na Figura 30.

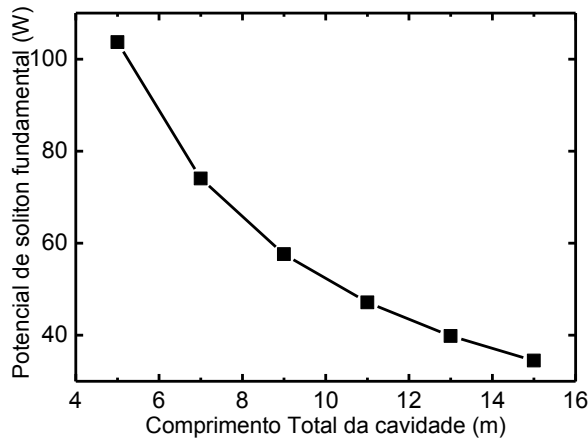


Figura 30 - Cálculo da potência de sóliton fundamental para os valores do comprimento total da cavidade.

A Eq. 49 foi utilizada para a simulação do experimento. As variáveis fixas são: o comprimento para cada cavidade, os valores de dispersão de cada fibra, a não-linearidade e a largura de banda do ganho. As variáveis que foram ajustadas estão em vermelho e são: o ganho de pequeno sinal, a energia de saturação do ganho, o coeficiente do absorvedor saturável, a energia de saturação do absorvedor saturável e o tempo de recuperação do absorvedor saturável. A Tab. 3 mostra os valores que foram utilizados na simulação.

Tabela 3 - Parâmetros utilizados na simulação.

	Fibra Er	Fibra SMF	AS
z (m)	1	4 - 14	0
D (ps/nm.km)	-14	17	0
γ (m⁻¹W⁻¹)	0.003	0.003	0
α (m⁻¹)	0	0	0
g_0 (m⁻¹)	1.5	0	0
P_g (mW)	0.534	0	0
Ωg (2πTHz)	2 π .3.75	0	0
q_0 (m⁻¹)	0	0	1
E_A (pJ)	0	0	1.34
τ_A (ps)	0	0	0.1

A configuração utilizada no programa para simular o laser do experimento [18] discretiza a cavidade em duas equações, sendo uma para a fibra de SMF e outra para a fibra de Er, deixando a parte do absorvedor saturável distribuída apenas na equação que descreve a fibra de Er. Para o Érbio, o perfil de ganho é dado pela Eq. 56,

$$g = g_0 \exp\left(\frac{\int |A|^2 dt}{P_g T_R}\right). \quad (56)$$

Desta maneira podemos variar o comprimento da cavidade apenas variando o comprimento da fibra de SMF, assim como foi feito no experimento.

A Figura 31 mostra a largura de banda em função do comprimento total da cavidade. Para o valor de 9 m de comprimento total da cavidade, a simulação gera uma largura de banda de 5,8 nm, que apresenta uma boa concordância com o resultado experimental (valor mostrado na Figura 29). A simulação mostrou que pode reproduzir o experimento no que diz respeito ao alargamento da largura de banda devido à variação do comprimento total da cavidade.

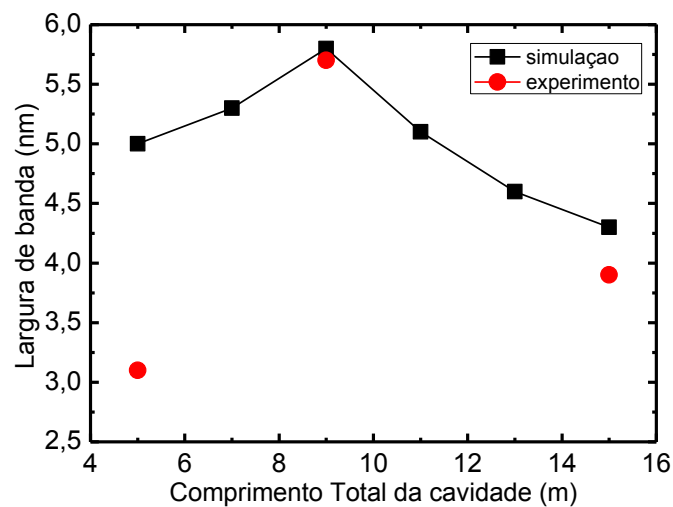


Figura 31 – Relação entre a largura de banda do laser com o valor do comprimento total da cavidade.

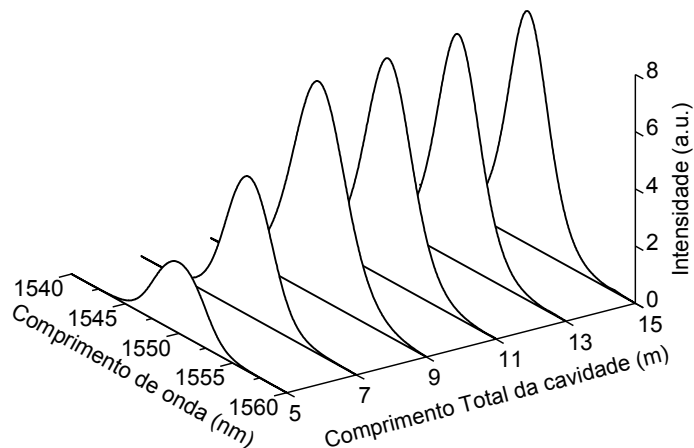


Figura 32– Espectro do laser para cada valor do comprimento total da cavidade.

Para valores maiores que 9 m, houve uma boa aproximação com o resultado experimental. Por outro lado, para valores menores que 9 m, o resultado não se aproximou satisfatoriamente ao resultado experimental. A Figura 32 mostra o espectro se comporta para

cada valor de comprimento total de cavidade. É visto na Figura 32 que a partir do valor de 9 m de comprimento total de cavidade, a intensidade do espectro se mantém praticamente a mesma, porém com larguras menores.

Pela simulação, a duração do pulso é 551,2 fs para o valor total da cavidade de 9 m, como mostrado na Figura 33. Na Figura 33 é visto que para valores menores que 9 m os pulsos tem uma largura temporal maior do que para valores maiores que 9 m.

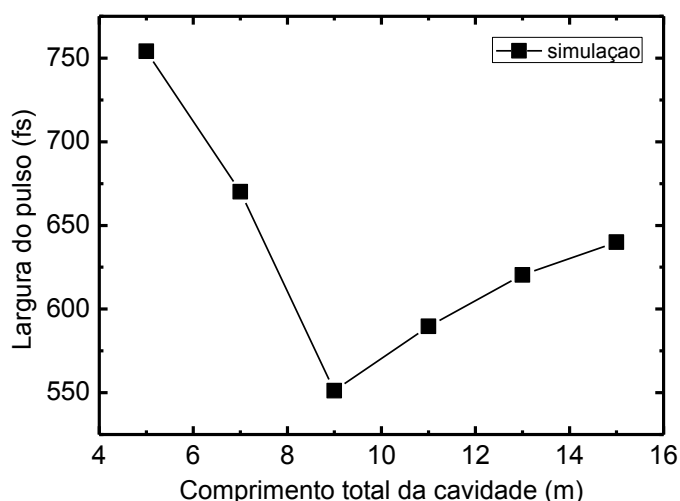


Figura 33 - Relação entre a largura do pulso do laser com o valor do comprimento total da cavidade.

Se fosse feito uma Transformada de Fourier dos pontos da Figura 33, os valores das larguras de banda resultantes menores que 9 m deveriam ser menores do que mostra a Figura 31, e assim se aproximariam mais aos resultados experimentais. Porém os resultados da Figura 34 mostra que o produto $\Delta\tau\Delta\nu$ para os valores superiores e inferiores ao valor de ajuste (cavidade de 9m) possuem valores distintos. Para valores do produto $\Delta\tau\Delta\nu > 0,44$ pode-se dizer o pulso não têm ligação direta com a transformada de Fourier das suas larguras de banda, e isso ocorre para valores menores que 9 m. Talvez essa seja a divergência dos resultados simulados para os experimentais para os valores menores que 9 m.

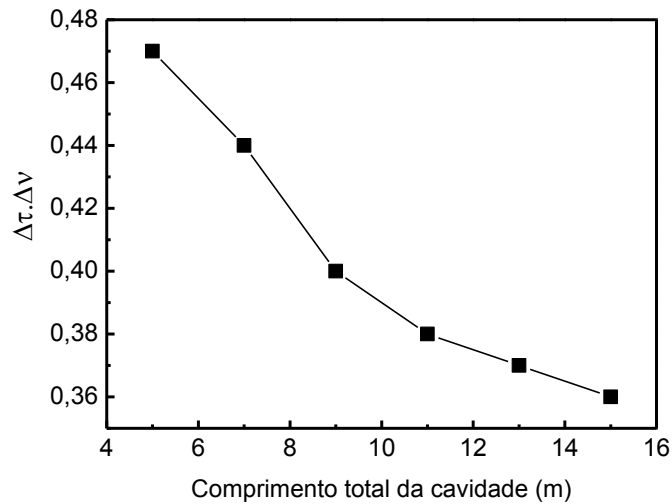


Figura 34 - Relação entre o produto da duração do pulso com a largura de banda pelo o valor do comprimento total da cavidade.

Pela Figura 35, é visto que a simulação respeitou, entre uma faixa de valores, a condição de que não foi levado em consideração o pulso do tipo soliton dada pela Figura 30.

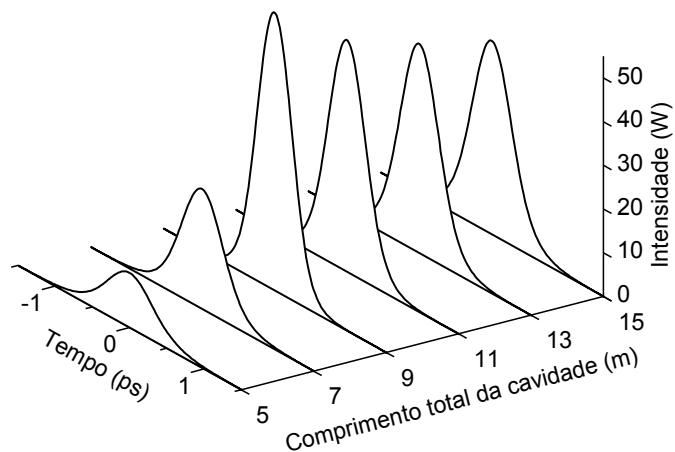


Figura 35 – Pulso do laser para cada valor do comprimento total da cavidade.

Sobre os efeitos que estão relacionados na largura de banda do laser em função comprimento total da cavidade, devido às simulações realizadas pode-se dizer que a princípio para valores menores que 9 m, o tempo de uma volta na cavidade influencia diretamente no ganho da cavidade, ou seja, o ganho não tem tempo suficiente para gerar energia a energia máxima com o mesmo valor de g_0 , e isso resulta num pulso de intensidade baixa e de largura temporal maior. Por outro lado, para valores maiores que 9 m, é visto que há a influencia da dispersão da cavidade, alargando pulso assim que a cavidade aumenta.

6 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi fazer uma análise numérica de lasers de fibra dopada com Érbio, utilizando a técnica de acoplamento passivo de modos. Resolvemos numericamente a equação de Ginzburg-Landau, que descreve a dinâmica da cavidade laser, pelo método Split-Step Fourier. Um programa foi elaborado em linguagem MATLAB para auxiliar os cálculos e a análise dos resultados.

O método aplicado no trabalho foi validado gerando-se resultados com o programa desenvolvido e comparando com os resultados já publicados na literatura. Para reproduzir tais resultados, foram utilizados os mesmos parâmetros que os resultados de referência. Os resultados gerados com o programa se mostraram reprodutíveis em regime de estado estacionário, e para um absorvedor saturável rápido, porém com uma divergência na convergência no número de voltas na cavidade.

Foram reproduzidos resultados experimentais de um laser a fibra dopada com Érbio usando como absorvedor saturável filmes finos de nanotubos de carbono. Este laser gera a maior largura de banda, que é aproximadamente 5,7 nm para uma cavidade de comprimento total de 9 m. Este resultado experimental foi utilizado como parâmetro de calibragem inicial nas simulações, onde no programa foram ajustadas as variáveis da cavidade para reproduzir o resultado experimental.

Depois de ajustado o programa e apenas variando o comprimento da cavidade, foram obtidos resultados mais próximos ao do experimento tendo boa concordância com o espectro medido. Com as simulações pode-se fazer algumas conclusões a respeito da influência do tempo de uma volta na cavidade e da dispersão, que são fatores que influenciam diretamente na largura de banda em lasers pulsados. Por simulação, foi possível estipular a duração dos pulsos do laser.

Os resultados gerados que utilizam o programa que tem como método o estudo desenvolvido pelo trabalho, mostrou-se capaz de reproduzir trabalhos já publicados e resultados experimentais que temos em nosso laboratório.

REFERÊNCIAS

- [1] T. Verdeyen, “Laser Electronics”, 3rd Ed. Prentice Hall Series in solid state physical electronics, 1995.
- [2] G. P. Agrawal, “Non-linear Fiber Optics”, 3^a ed., San Diego: Academic Press, 2001.
- [3] A. H. Zewail, “Femtochemistry”, *J. Phys. Chem.*, **97** (48), 12427–12446 (1993).
- [4] I. N. Duling, “Compact Sources of Ultrashort Pulses”, Cambridge University Press (1995).
- [5] H. A. Haus, “Theory of mode locking with a fast saturable absorber”, *Journal of Applied Physics*, **46**, n° 7, 3049-3058 (1975).
- [6] W. Koechner; “Solid-State Laser Engineering – Third Completely Revised and Updated Edition”, Springer-Verlag, vol.1, 1992.
- [7] C. Rullière, “Femtosecond Laser Pulses – Principles and Experiments”, Springer, 1998.
- [8] D. J. Kuizenga and A. E. Siegman, “FM and AM mode locking of the homogeneous laser – Part I: Theory”, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-6**, 694 (1970).
- [9] E. Snitzer, F. Hoffman and R. Crevier, “Neodymium-Glass-Fiber Laser”, *J. Optical Soc. of Amer.*, **53**, 515 (1963).
- [10] T. H. Maiman, “Optical and Microwave-optical Experiments in Ruby”, *Phys. Rev. Lett.*, **4**, 564 (1960).
- [11] O. Svelto, “Principle of Lasers”, Plenum Press, 4a Ed., 1998.
- [12] CISCO SYSTEM, INC.” Introduction to DWDM for Metropolitan Area Networks”. U.S., 2000. Disponível em: <<http://www.cisco.com/univercd/cc/td/doc/product/mels/dwdm/dwdm.pdf>>.
- [13] M. J. F. Digonnet, “Rare-Earth-Doped Fiber Lasers and Amplifiers”, Marcel Dekker, Inc., 2a Ed., 2001.
- [14] F. X. Kärtner, J. A. der Au, and U. Keller, “Mode-Locking with Slow and Fast Saturable Absorbers – What’s the Difference?”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, **4**, n°2, 159-168 (1998).
- [15] F. X. Kärtner, I. D. Jung, and U. Keller, “Soliton Mode-Locking with Saturable Absorbers”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, **2**, n°3, 540-556 (1996).
- [16] U. Keller, “Lecture 1 – Advances in Ultrafast Laser Sources Passive modelocked solid-state lasers”, International Summer School in Ultrafast Nonlinear Optics 2010, Heriot-Watt University, Edinburgh, Scotland, 11-21 August 2010.

- [17]D. Y. Tang, L. M. Zhao, B. Zhao, and A. Q. Liu; “Mechanism of multisoliton formation and soliton energy quantization in passively mode-locked fiber lasers”. *Physical Review A* **72**, 043816 (2005).
- [18]H. G. Rosa, P. G. Komninos, E. A. de Souza, “Study of SWCNT Diameter Influence on Mode-Locked Erbium-doped Fiber Laser Performance”, *Conference on Laser and Electro-Optics*, (2010).
- [19]A. A. Rieznik, T. Tolisano, F. A. Callegari, D. F. Grosz, H. L. Fragnito, “Uncertainty Relation for the Optimization of Optical-Fiber Transmission Systems Simulations”, *Optics Express*, **13**, n° 10, 3822-3834 (2005).
- [20]O. V. Sinkin, R. Holzhöner, J. Zweck, C. Menyuk, “Optimization of the Split-Step Fourier Method in Modelling Optical-Fiber Communications Systems”, *IEEE Journal of Lightwave Technology*, **21**, 61-68 (2003).
- [21]X. Liu, e B. Lee, “A Fast Method for Nonlinear Schrödinger Equation”, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **15**, 1549 – 1551 (2003).
- [22]T. E. Murphy, “SSPROP - Split Step Fourier Propagation Software”, *Universidade de Maryland* (2007). Disponível em: <http://www.photonics.umd.edu/software/ssprop/>.

APÊNDICE A

MÉTODO SPLIT-STEP FOURIER

A Equação de Ginzburg-Landau é uma equação diferencial parcial não-linear cuja solução analítica pode ser obtida apenas em alguns casos específicos. Dessa forma, é necessário obter soluções numéricas. Existem vários métodos para resolver numericamente a Equação de Ginzburg-Landau, classificados em duas categorias: métodos de diferenças finitas e métodos pseudo-espectrais.

Neste trabalho é utilizado o Método Split-Step Fourier (*Split-Step Fourier Method - SSFM*), um dos métodos de diferenças finitas mais eficientes para solucionar Equação de Ginzburg-Landau [2]. O método é geralmente mais rápido em comparação com a maioria dos métodos de diferenças finitas, em parte devido ao fato de utilizar um algoritmo de Transformada de Fourier Rápida (*Fast Fourier Transform -FFT*).

A Equação de Ginzburg-Landau (Eq.49) pode ser expressa como dada pela Eq. 57,

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A \quad (57)$$

onde \hat{D} é o operador responsável pelos efeitos lineares de atenuação, dispersão e ganho, e \hat{N} é o operador não-linear que governa os efeitos não-lineares e do absorvedor saturável, definidos respectivamente pelas Eqs. 58 e 59.

$$\hat{D} = -\frac{\alpha}{2}A + g \left[1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \right] A - \beta_1 \frac{\partial}{\partial T} A - \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} A \quad (58)$$

$$\hat{N} = i\gamma|A|^2A - q \quad (59)$$

Na Eq. 58, T é o tempo local, isto é, o tempo medido em um sistema de referência que se move com a velocidade de grupo, dado pela Eq. 60,

$$T = t - z/v_g \quad (60)$$

onde t é o tempo físico e v_g é a velocidade de grupo.

Em geral os efeitos de dispersão e não-linearidade ocorrem simultaneamente, de modo que os dois operadores devem ser aplicados concorrentemente. No SSFM, obtém-se uma solução aproximada assumindo-se que, quando o campo óptico propaga-se através de uma distância suficientemente pequena, os efeitos de dispersão e não-linearidade podem ser considerados independentemente.

O comprimento da fibra é dividido em pequenos intervalos de tamanho h e o campo óptico é, então, propagado aplicando-se apenas um dos operadores a cada passo, conforme esquematizado na Figura 36.

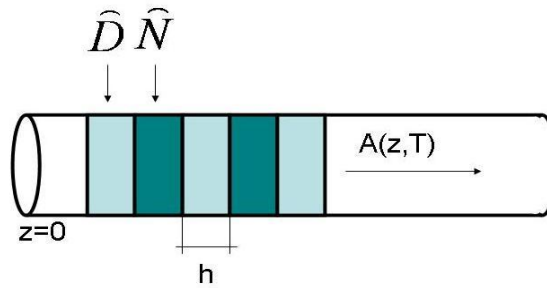


Figura 36 - Esquema do Método Split-Step Fourier.

O método é implementado aplicando-se o operador \hat{D} no domínio da frequência e o operador \hat{N} no domínio do tempo. Essa prescrição é dada pela Eq. 61,

$$A(z + h, T) \approx \exp(h\hat{D}) \exp(h\hat{N}) A(z, T) = \{F^{-1} \exp[h\hat{D}(i\omega)] F\} \exp(h\hat{N}) A(z, T) \quad (61)$$

onde F e F^{-1} denotam respectivamente a transformada de Fourier e sua inversa. O operador $\hat{D}(i\omega)$ é obtido a partir da Eq. 58 fazendo-se a substituição $\partial/\partial T \rightarrow i\omega$.

Os erros no SSFM provêm do fato que os operadores \hat{D} e \hat{N} não comutam [19], ou seja, aplicar o operador \hat{D} e depois o operador \hat{N} é diferente do processo contrário. Assumindo que a variação do operador \hat{N} pode ser desprezada para intervalos h pequenos, a solução formal da Eq. 57 é dada pela Eq. 62.

$$A(z + h, T) \approx \exp[h(\hat{D} + \hat{N})] A(z, T) \quad (62)$$

Para dois operadores que não comutam, temos a relação dada pela Eq. 63.

$$\exp(A) \exp(B) = \exp(A + B) + \frac{1}{2}[A, B] + \frac{1}{3!}\{(B + 2A)[A, B] + [A, B](A + 2B)\} + \dots \quad (63)$$

Comparando as Eqs. 61 e 62 e utilizando a Eq. 63 com $A = h\hat{D}$ e $B = h\hat{N}$, obtém-se que o erro dominante no SSFM é dado pela Eq. 64.

$$e \approx 1/2h^2[\hat{D}, \hat{N}] \quad (64)$$

Esse resultado mostra que a precisão do SSFM é de segunda ordem no tamanho do passo h .

MÉTODO SPLIT-STEP FOURIER SIMETRIZADO

A precisão do SSFM pode ser melhorada utilizando o chamado Método Split-Step Fourier Simetrizado (*Symmetrized Split-Step Fourier Method - S-SSFM*). Esse método é similar ao SSFM, diferindo apenas na maneira como os operadores são aplicados.

Conforme mostra a Figura 37, no S-SSFM o campo é inicialmente propagado somente até a metade do passo ($h/2$) com o operador \hat{D} . O resultado é então utilizado como *input* para a propagação ao longo do passo completo (h) com o operador \hat{N} . Finalmente, o campo é propagado ao longo de outra metade do passo ($h/2$) com o operador \hat{D} .

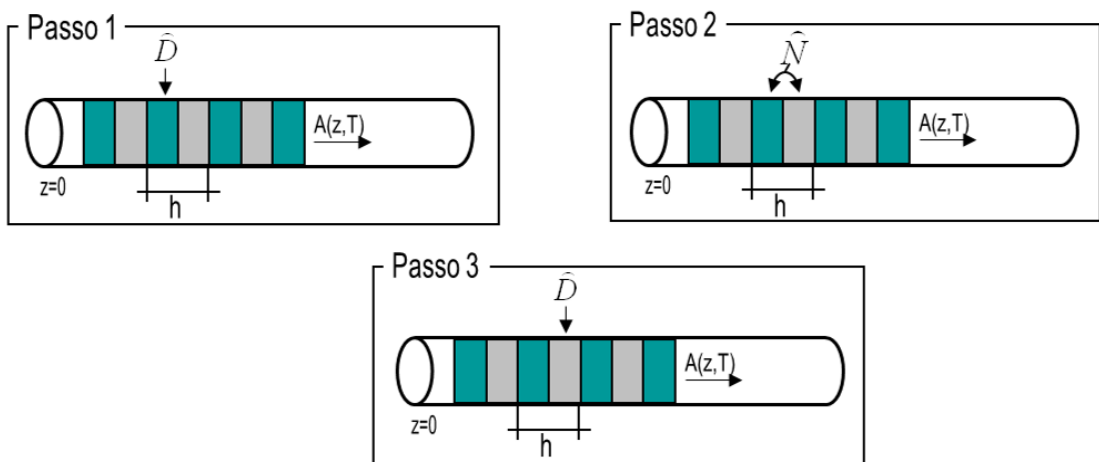


Figura 37 - Esquema do Método Split-Step Fourier Simetrizado.

No S-SSFM, a solução formal da Eq. 57 é dada pela Eq. 65.

$$A(z + h, T) \approx \exp(h\hat{D}/2) \exp(h\hat{N}) \exp(h\hat{D}/2) A(z, T) \quad (65)$$

Aplicando a Eq. 63 duas vezes na Eq. 65, obtém-se que o erro dominante nesse caso é dado pela Eq. 66.

$$e \approx h^3 \{(\hat{N} + 2\hat{D})[\hat{D}, \hat{N}] + [\hat{D}, \hat{N}](\hat{D} + 2\hat{N})\}/6 \quad (66)$$

Portanto, a precisão no S-SSFM é de terceira ordem no tamanho do passo h .

Várias implementações do Método Split-Step Fourier têm sido propostas, apresentando diferentes técnicas de otimização e critérios para a escolha do tamanho do passo [19], [20], [21].

Nas simulações desenvolvidas neste trabalho utiliza-se um algoritmo baseado no S-SSFM no qual foi criado um programa principal em ambiente MATLAB para resolver numericamente a Equação de Ginzburg-Landau. O programa principal foi elaborado tendo como base uma biblioteca em linguagem MATLAB desenvolvida por Thomas E. Murphy da Universidade de Maryland [22] e distribuída gratuitamente sob os termos do GNU Public License. Um segundo programa, onde definimos as características gerais da cavidade, invoca o programa principal, que por sua vez gera os resultados desejados.

APÊNDICE B

LINHAS DE CÓDIGO EM MATLAB PARA A VALIDAÇÃO DO MÉTODO

Programa que resolve a Equação de Ginzburg-Landau

```
function u1 = geral5(u0,dt,dz,nz,gain,PL,Tr,omega,loss,q0,Ea,tal,D,gamma);

global ganho halfstep1 as

nt = length(u0);
t = ((1:nt)'-(nt+1)/2)*dt;
w = 2*pi*[(0:(nt/2-1)),(-nt/2:-1)]'/(nt.*dt);

ganho = gain./(1+(trapz(t,abs(u0).^2))./(PL.*Tr));

halfstep1 = ganho - loss + (ganho./(omega.^2))*((j*w).^2) -
j*D.*((j*w).^2);

halfstep = exp(halfstep1*dz./2);

u1 = u0;

for iz = 1:nz,
    ufft1 = fft(u1);
    uhalf1 = ifft(halfstep.*ufft1);
    as1 = ((abs(u1).^2 + abs(u0).^2)./2);
    as = q0./(1+as1./(Ea./tal));
    uv1 = uhalf1 .* exp((-as + j*gamma.*as1)*dz);
    uv1 = fft(uv1);
    ufft1 = halfstep.*uv1;
    uv1 = ifft(ufft1);
    u1 = uv1;
end
```

Programa geral

```
clear all
close all

global ganho halfstep1 as

% PARAMETROS NUMERICOS
luz = 299792458; % velocidade da luz (m/s)
T = 10; % janela de tempo (periodo ps)
nt = 500; % numeros de passos na janela
de tempo
dt = T/nt; % tamanho do passo na janela de
tempo (ps) => 1 fs
t = ((1:nt)'-(nt+1)/2)*dt; % vetor de tempo (ps)
```

```

w = 2*pi*[(0:nt/2-1), (-nt/2:-1)]'/(nt.*dt); % vetor de frequencia (rad/ps)
v = [(0:nt/2-1), (-nt/2:-1)]'/(nt.*dt); % vetor de frequencia (THz)
vs = fftshift(v); % vetor de frequencia centrado
em zero

% PARAMETROS DA CAVIDADE
taxa = 114e6; % taxa de repetição da cavidade
(Hz)
z = luz./(2*taxa) % comprimento da cavidade (m)
nz = 50; % numero de passos na cavidade
dz = z/nz; % tamanho dos passos na
cavidade (m)

loss = 0.01; % coeficiente das perdas na
cavidade (m^-1)
gain = 0.01; % coeficiente de ganho (m^-1)
PL = 0.8; % potencia de saturação do
ganho (W)
Tr = ((2*z)/luz).*1e12 % tempo de um round-trip (ps)
omega = 2*pi*3.7461; % largura de banda do ganho
(2*pi*THz)

D = 0;%-0.000075;
gamma = 0;%0.2e-6;

%PARAMETROS DO ABSORVEDOR SATURAVEL
q0 = 0.005; % indice do absorvedor
saturavel
Ea = 17e3; % energia de saturação (pJ)
tal = 0.05; % tempo de recuperação (ps)

voltas = 20000; % numero de round-trip

% PROPAGAÇÃO NA CAVIDADE
P0 = 1e3;
FWHM = 1;

tp0 = FWHM/(2*sqrt(log(2)));
d = sqrt(P0)*exp(-(1/2)*(t/tp0).^2);
u(:,1) = d; % campo inicial no dominio do
tempo

tx=cputime;
for ii=2:voltas
    u(:,ii) = geral5(u(:,ii-
1),dt,dz,nz,gain,PL,Tr,omega,loss,q0,Ea,tal,D,gamma);
    b(:,ii) = halfstep1;
    g(:,ii) = ganho;
    c(:,ii) = as;
end
time = cputime-tx

s = fftshift(abs(dt*fft(u(:,ii))/sqrt(2*pi)).^2);
intu = trapz(t,abs(u(:,show)).^2) % calculo da energia do pulso

% GERANDO GRAFICOS
figure(1) % grafico do pulso
%mesh(1:voltas,t,abs(u).^2,...

```

```

mesh(1:200:ii,t,abs(u(:,2:200:ii)).^2,...
      'MeshStyle','col','EdgeColor','black');
set(gca,'YDir','reverse');
hidden off;
grid off;
xlim([1 ii]);
xlabel('N° DE ROUND-TRIP')
ylabel('TEMPO (ps)')
zlabel('INTENSIDADE (W)')
title('DINAMICA DO PULSO NA CAVIDADE')

figure(2); % grafico do ultimo pulso
plot(t,abs(u(:,ii)).^2,'black');
xlabel('TEMPO (ps)')
ylabel('INTENSIDADE (W)')
title('ULTIMO PULSO')

figure(3) % grafico da dinamica do ganho
plot(1:ii,g);
xlabel('N° DE ROUND-TRIP')
ylabel('INTENSIDADE')
title('DINAMICA DO GANHO')

figure(4) % grafico do espectro do ultimo
pulso
plot(vs,s);
xlabel('FREQUENCIA (THz)')
ylabel('INTENSIDADE')
title('ESPECTRO DO PULSO')

figure(5) % grafico da largura de banda
do ganho
plot(v,b(:,2));
xlim([-5 5]);
ylim([0 0.2]);
xlabel('FREQUENCIA (THz)')
ylabel('INTENSIDADE')
title('LARGURA DE BANDA DO GANHO')

figure(6) % grafico do AS
%mesh(1:voltas,t,a,...
mesh(1:200:show,t,c(:,1:200:show),...
      'MeshStyle','col','EdgeColor','black');
set(gca,'YDir','reverse');

hidden off;
grid off;
xlim([1 show]);
%ylim([-0.2 0.2]);
%zlim([0 200]);
xlabel('N° DE ROUND-TRIP')
ylabel('TEMPO (ps)')
zlabel('INTENSIDADE')
title('DINAMICA DO ABSORVEDOR SATURAVEL')

pulso = abs(u(:,show)).^2;

```

APÊNDICE C

LINHAS DE CÓDIGO EM MATLAB PARA A SIMULAÇÃO DO EXPERIMENTO

Programa que resolve a Equação de Ginzburg-Landau para a fibra de Érbio

```
function u1 =  
fibraerbio(u0,dt,dz2,nz2,gain,PL,Tr,omega,loss,q0,Ea,tal,D2,gamma2);  
  
global ganho halfstep1 as  
  
nt = length(u0);  
t = ((1:nt)'-(nt+1)/2)*dt;  
w = 2*pi*[ (0:(nt/2-1)), (-nt/2:-1)]'/(nt.*dt);  
  
ganho = gain.*exp(-(trapz(t,abs(u0).^2))./(PL.*Tr));  
  
halfstep1 = ganho - loss + (ganho./(omega.^2))*((j*w).^2) -  
j*(D2./2).*((j*w).^2);  
  
halfstep = exp(halfstep1*dz2./2);  
  
u1 = u0;  
  
for iz = 1:nz2,  
    ufft1 = fft(u1);  
    uhalf1 = ifft(halfstep.*ufft1);  
    as1 = ((abs(u1).^2 + abs(u0).^2)./2);  
    as = q0./(1+as1./(Ea./tal));  
    uv1 = uhalf1 .* exp((-as + j*gamma2.*as1)*dz2);  
    uv1 = fft(uv1);  
    ufft1 = halfstep.*uv1;  
    uv1 = ifft(ufft1);  
    u1 = uv1;  
end
```

Programa que resolve a Equação de Ginzburg-Landau para a fibra SMF

```
function u1 = fibrasmf(u0,dt,dz1,nz1,D1,gamma1,alpha);  
  
global halfstep1  
  
nt = length(u0);  
t = ((1:nt)'-(nt+1)/2)*dt;  
w = 2*pi*[ (0:(nt/2-1)), (-nt/2:-1)]'/(nt.*dt);  
  
halfstep1 = - alpha - j*(D1./2).*((j*w).^2);  
  
halfstep = exp(halfstep1*dz1./2);  
  
u1 = u0;
```

```

for iz = 1:nz1,
    ufft1 = fft(u1);
    uhalf1 = ifft(halfstep.*ufft1);
    as1 = ((abs(u1).^2 + abs(u0).^2)./2);
    uv1 = uhalf1 .* exp((j*gamma1.*as1)*dz1);
    uv1 = fft(uv1);
    ufft1 = halfstep.*uv1;
    uv1 = ifft(ufft1);
    u1 = uv1;
end

```

Programa geral

```

clear all
close all

global ganho halfstep1 as

% PARAMETROS NUMERICOS
T = 200; % janela de tempo (periodo ps)
nt = 10000; % numeros de passos na janela
de tempo
dt = T/nt; % tamanho do passo na janela de
tempo (ps) => 1 fs
t = ((1:nt)'-(nt+1)/2)*dt; % vetor de tempo (ps)

w = 2*pi*[(0:nt/2-1), (-nt/2:-1)]'/(nt.*dt); % vetor de frequencia (rad/ps)
v = [(0:nt/2-1), (-nt/2:-1)]'/(nt.*dt); % vetor de frequencia (THz)
vs = fftshift(v); % vetor de frequencia centrado
em zero

luz = 299792458; % velocidade da luz (m/s)
lambda = 1550; % comprimento de onda do laser
(nm)

% PARAMETROS DA FIBRA SMF
z1 = 4; % comprimento da cavidade (m)
nz1 = 100; % numero de passos na cavidade
dz1 = z1/nz1; % tamanho dos passos na
cavidade (m)

alpha = 0; % alpha (1/m)
%
D11 = 17; % parametro de dispersão (GVD)
(ps/nm.km)
D1 = -(D11*lambda^2/(2*pi*luz)) % beta2 (ps^2/m)
gamma1 = 3e-3; % parametro de nao-linearidade
(m^-1.W^-1)

% PARAMETROS DA FIBRA DE ERBIO
z2 = 1; % comprimento da cavidade (m)
nz2 = 100; % numero de passos na cavidade
dz2 = z2/nz2; % tamanho dos passos na
cavidade (m)

Tr = (((z1+z2)*1.45)/luz)).*1e12 % tempo de uma volta na
cavidade (ps)

```

```

if (Tr > 43600)
    Tr = 43000
else
    Tr = Tr
end
loss = 0; % coeficiente das perdas na
cavidade (m^-1)
gain = 1.44; % coeficiente de ganho (m^-1)
PL = 0.534*1e-3; % potencia de saturação do
ganho (W)
omega = 2*pi*3.75; % largura de banda do ganho
(2*pi*THz)
OK = Tr*PL

D21 = -14; % parametro de dispersão (GVD)
(ps/nm.km)
D2 = -(D21*lambda^2/(2*pi*luz)) % beta2 (ps^2/m)
gamma2 = 3e-3; % parametro de nao-linearidade
(m^-1.W^-1)

%PARAMETROS DO ABSORVEDOR SATURAVEL
q0 = 1; % indice do absorvedor
saturavel
Ea = 1.34; % energia de saturação (pJ)
tal = 0.1; % tempo de recuperação (ps)

voltas = 60; % numero de voltas na cavidade

% PROPAGAÇÃO NA CAVIDADE
P0 = 0.1;
FWHM = 2;

tp0 = FWHM/(2*sqrt(log(2)));
d = sqrt(P0)*exp(-(1/2)*(t/tp0).^2);
u(:,1) = d; % campo inicial no dominio do

tx=cputime;
for ii=2:voltas
    u(:,ii) = fibrasmf(u(:,ii-1),dt,dz1,nz1,D1,gamma1,alpha);
    u(:,ii) =
fibraerbio(u(:,ii),dt,dz2,nz2,gain,PL,Tr,omega,loss,q0,Ea,tal,D2,gamma2);
    b(:,ii) = halfstep1;
    g(:,ii) = ganho;
    c(:,ii) = as;
end
time = cputime-tx

s = fftshift(abs(dt*fft(u(:,voltas))/sqrt(2*pi)).^2);
intu = trapz(t,abs(u(:,voltas)).^2) % calculo da energia do pulso

% GERANDO GRAFICOS
figure(1) % grafico do pulso
%mesh(1:4:voltas,t,abs(u(:,2:4:voltas)).^2,...
mesh(1:voltas,t,abs(u).^2,...
'MeshStyle','col','EdgeColor','black');
set(gca,'YDir','reverse');
hidden off;
grid off;
xlim([1 voltas]);

```

```

%ylim([-10 10]);
%zlim([0 200]);
xlabel('Voltas na cavidade')
ylabel('Tempo (ps)')
zlabel('Intensidade (W)')
title('Dinâmica do pulso')

figure(2); % grafico do ultimo pulso
plot(t,abs(u(:,voltas)).^2,'black');
%xlim([-0.2 0.2]);
%ylim([0 10]);
xlabel('Tempo (ps)')
ylabel('Intensidade (W)')
title('Ultimo pulso')

figure(3) % grafico da dinamica do ganho
plot(1:voltas,g);
xlabel('Voltas na cavidade')
ylabel('g0 (m^-1)')
title('Dinâmica do ganho')

figure(4) % grafico do espectro do ultimo
pulso
plot(vs,s);
%xlim([-50 50]);
%ylim([-80 -20]);
xlabel('Frequencia (THz)')
ylabel('Intensidade')
title('Espectro do pulso')

figure(5) % grafico do AS
%mesh(1:4:voltas,t,c(:,1:4:voltas),...
mesh(1:voltas,t,c,...
'MeshStyle','col','EdgeColor','black');
set(gca,'YDir','reverse');

hidden off;
grid off;
xlim([1 voltas]);
%ylim([-0.2 0.2]);
%zlim([0 200]);
xlabel('Voltas na cavidade')
ylabel('Tempo (ps)')
zlabel('q')
title('Dinâmica do absorvedor saturável')

pulso = abs(u(:,voltas)).^2;

```