UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EDUCAÇÃO, ARTE E HISTÓRIA DA CULTURA

DENISE CAMARGO ALVES DE ARAÚJO

PONTO, LINHA E FORMA:
INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E ARTE

SÃO PAULO
2008

DENISE CAMARGO ALVES DE ARAÚJO

PONTO, LINHA E FORMA:
INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E ARTE

Dissertação de mestrado *stricto sensu* apresentada à Universidade Presbiteriana Mackenzie, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de mestre no programa de pós-graduação em Educação, Arte e História da Cultura.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Rizolli

SÃO PAULO
2008

A663p Araujo, Denise Camargo Alves de
Ponto, Linha e Forma: interdisciplinaridade entre Matemática e Arte. / Denise Camargo Alves de Araujo. - - São Paulo, 2008.
90 p. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Educação, Arte, e História da Cultura) – Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2008.
Orientação: Prof.º Dr.º: Marcos Rizolli.
Bibliografia: p.: 85 - 90

1. Matemática. 2. Geometria. 3. Arte. 4. Interdisciplinaridade. 5. Formação de professores. I.Título.
CDD: 371.3

DENISE CAMARGO ALVES DE ARAÚJO

PONTO, LINHA E FORMA: INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE MATEMÁTICA E ARTE

Dissertação de mestrado *stricto sensu* apresentada à Universidade Presbiteriana Mackenzie, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de mestre no programa de pós-graduação em Educação, Arte e História da Cultura.

São Paulo, ____ de _____________ de 2008.

BANCA EXAMINADORA

Dr. Marcos Rizolli
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Dra. Maria da Graça Nicoletti Mizukami
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Dra. Kátia Stocco Smole
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

Dedico a dissertação a Deus “[...] que chama à existência às coisas que não existem” (Romanos 7.17), pois vivo para servi-lo.

Ao meu marido, Itamar Alves de Araújo, que me ama, me acompanha e me sustenta em todos os projetos de minha vida.

Aos meus filhos, Ítalo e Igor, razão da minha vida; à minha mãe, Alice, mulher guerreira e humilde, minha inspiração

A todos os irmãos e irmãs da Igreja Presbiteriana A. E. Carvalho, as quais me sustentaram com suas orações.

Ao meu orientador, Marcos Rizolli, que me fez conhecer os fundamentos da Arte de uma forma apaixonante.

AGRADECIMENTOS

A Deus, autor da minha vida e da minha fé.

Ao meu marido Itamar, amor da minha vida, fiel companheiro e incentivador de tudo que faço.

Aos meus filhos Ítalo e Igor, por compreenderem minha ausência e me apoiarem completamente.

À minha mãe, por seu amor, sua cooperação e dedicação à minha família.

Ao meu orientador Marcos Rizolli, por não medir esforços para que nessa difícil tarefa eu obtivesse êxito.

Aos meus sinceros amigos Valdete e Sandro, companheiros de jornada.

Ao reverendo Enos Moura e dona Lucila, por gentilmente cederem o seu *notebook*.

A todos os professores do curso *stricto sensu* de Educação, Arte e História da Cultura, por compartilharem comigo seus conhecimentos.

À secretária Conceição, por ser tão gentil durante esses anos.

Aos que intercederam por mim e me ajudaram de alguma forma.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho recebeu apoio financeiro do Fundo Mackenzie de Pesquisa – Mackpesquisa – e da Bolsa Mestrado da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

RESUMO

Este é um trabalho sobre formação de professores de Matemática e Arte no qual são abordados os fundamentos teóricos dessas duas disciplinas, bem como a sua interdisciplinaridade com as demais áreas do conhecimento: linguagens, códigos e suas tecnologias, as ciências da natureza e suas tecnologias. Essa pesquisa bibliográfica aponta para a interdisciplinaridade dessas duas áreas do conhecimento, por meio das disciplinas Matemática e Arte, existente justamente nos conceitos dos elementos matemáticos e visuais: ponto, linha e forma. Abordando a vida do matemático Euclides de Alexandria e sua obra *Os Elementos*, composta de 23 livros, destacando-se o livro primeiro, onde tais conceitos são citados. Da mesma forma aborda-se a vida de Paul Klee e sua obra abstrata, bem como o seu ensino na escola de Bauhaus, onde os mesmos conceitos são trabalhados por meio da linguagem visual. Fazendo um paralelo entre os matemáticos Euclides, Lintz e Machado, bem como os artistas Klee, Kandinsky e Mondrian, destacam-se os conceitos: ponto, linha e forma em algumas de suas obras de arte. Estabelece-se, então, a interdisciplinaridade nessas duas áreas de conhecimento, proporcionando uma relevante contribuição para a Educação.

Palavras-chave: Matemática. Geometria. Arte. Interdisciplinaridade. Formação de professores.

ABSTRACT

This is a paper about the mathematics and art teacher´s training in which are approached the theoretical basis of this two subjects, such as, with its interdisciplinarity among the others areas of the knowlegment, language, codes and its technologies, the nature of the Science and its technologies. This basic research points to the interdisciplinarity of these two areas of the knowlegment, by the mathematics and art subjects existent together with the mathematical and visuals elements, dots, line and shape. Analyzing the life of the mathematician Euclides de Alexandria and his work *The Elements*, composed by 23 books, pointing out his first book, in which such concepts are cited. The same way it’s approached Paul Klee’s life and his abstracted work, such as his teachings in Bauhaus schools, where the very same concepts are developed by the visual language. Establishing a parallel between the mathematicians Euclides, Lintz and Machado, such as the artists Klee, Kandinsky and Mondrian, stands out the concepts: dots, line and shape in same of their art work. It’s fixed, so that the interdisciplinarity in both area of the knowlegment is providing an important contribution to the education.

Keywords: Mathematics. Geometry. Art. Interdisciplinarity. Teacher’s training

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

Figura 1	Euclides	21
Figura 2	O artista Paul Klee	29
Figura 3	O pai de Paul Klee	30
Figura 4	As portas de Kairuan	31
Figura 5	Quadro do estilo de Kairuan, transposto para o moderado	32
Figura 6	O tapete da recordação	33
Figura 7	Cacodemoníaco, 1916	34
Figura 8	Ab ovo, 1917	34
Figura 9	Com a águia, 1918	34
Figura 10	Outrora surgido do cinzento da noite	35
Figura 11	Paralelo de linhas e cores	53
Figura 12	Ponto e linha sobre o plano	63
Figura 13	Ponto e linha sobre o plano	64
Figura 14	Sobre as pontas	66
Figura 15	Abstracionismo	67
Figura 16	Abstracionismo	68
Figura 17	Abstracionismo	69
Figura18	Abstracionismo	70
Figura 18	Abstracionismo	71
Figura 20	Paul Klee. Rua principal e ruas laterais	72
Figura 21	A árvore vermelha	74
Figura 22	A árvore cinzenta	75
Figura 23	Árvore em flor	75
Figura 24	Árvore (MONDRIAN)	76
Figura 25	Abstracionismo (MONDRIAN)	77
Figura 26	Abstracionismo (MONDRIAN)	77
Figura 27	CompositionA (MONDRIAN, 1920)	79

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	12
	PROBLEMA	13
	OBJETIVOS	14
	JUSTIFICATIVAS	14
	PERCURSO METODOLÓGICO	19
1	PONTO, LINHA E FORMA NA CONCEPÇÃO DE EUCLIDES	21
2	PONTO, LINHA E FORMA NA CONCEPÇÃO DE PAUL KLEE	29
3	ELEMENTOS DA LINGUAGEM MATEMÁTICA	38
4	ELEMENTOS DA LINGUAGEM VISUAL	49
5	FUNDAMENTOS DE CONVERGÊNCIA NOS ENSINOS DE ARTE E MATEMÁTICA	61
	CONCLUSÃO	81
	REFERÊNCIAS	85

INTRODUÇÃO

Em sua trajetória pelo Brasil, a pesquisadora se deparou com realidades diversificadas em algumas escolas onde lecionou, porém com alguns interesses afins. Desde 1997, quando iniciou a carreira no magistério, na cidade de Campo Formoso – Bahia, numa escola privada, percebeu que havia um grande interesse por parte dos professores na interdisciplinaridade, mas pouco conhecimento do assunto.

Ao participar de muitas conversas com professores de diversas áreas não encontrou ninguém que tivesse a iniciativa de fazer um trabalho interdisciplinar entre Matemática e Arte. Depois de se mudar para Caruaru – Pernambuco, teve a oportunidade de lecionar em escolas municipais e estaduais e também na rede privada de ensino. Em nenhum desses lugares pode observar essa relação: Matemática e Arte. Ao menos não foi explorada por nenhum educador que conhecesse.

O que a motivou a explorar esse assunto foi a experiência adquirida desde a graduação, em seu estágio supervisionado do curso de Ciências, com Habilitação em Matemática, no ano de 1999. Desenvolveu, juntamente com sua equipe de estágio, um trabalho sobre geometria com as alunas do 3º ano do Magistério do Ensino Médio, no Colégio Presbiteriano Augusto Galvão, em Campo Formoso, onde foi oferecido um curso de aperfeiçoamento.

Outra experiência se deu com as alunas do 2º ano do Ensino Normal Médio da Escola Estadual de Caruaru, em 2000, onde a pesquisadora lecionou matemática. Foi realizada uma pesquisa de campo para o seu trabalho monográfico do curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade de Pernambuco - UPE. A pesquisa foi baseada em comparação, composição e decomposição, e alguns cálculos matemáticos.

A maioria das alunas que participou da pesquisa tinha dificuldades em compreender e receio de ter que, em um futuro próximo, ensinar matemática. Muitas queriam ser professoras da educação infantil, mas escolheram fazer o curso Normal para fugirem da matemática. Mal sabiam que a formação da base matemática nos alunos da educação infantil estaria em suas mãos.

Quando passou a ser professora efetiva do Ensino Fundamental e Médio da rede pública do Estado de São Paulo, decidiu continuar aquela pesquisa, mas de uma forma interdisciplinar, na qual não somente a matemática fosse explorada, mas também outras disciplinas.

Ingressou, então, no curso de pós-graduação *stricto sensu* do Instituto Presbiteriano Mackenzie, no curso de Educação, Arte e História da Cultura. Passou a ter como aliado nessa jornada o professor de arte e coordenador do curso, Marcos Rizolli, o qual aceitou o desafio de ser o orientador nessa tarefa no mínimo desafiadora.

A disciplina que muito influenciou o presente trabalho de pesquisa foi a Metodologia das Linguagens Artísticas, ministrada pelo professor Marcos Rizolli, a partir da qual se percebeu que a interdisciplinaridade entre matemática e arte seria o caminho a percorrer.

Após realizar estudos nos textos e trabalhos de Carvalho (1991), Fainguelernt (1999), Machado (1993), Boyer (1999), Wick (1989), Wong (2001), Kandinsky (1997) e Gombrich (1972), sobre a matemática e arte, passou a perceber que há a interdisciplinaridade entre ambas. Compreendeu-se que essa tarefa não tem sido fácil de ser desenvolvida por parte dos professores de Matemática e Arte, bem como não tem sido fácil para os alunos assimilarem tal proposta. A partir daí, buscou-se tal relação na presente pesquisa.

PROBLEMA

Tendo como foco a interdisciplinaridade das áreas de conhecimento, divididas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais entre Ciências da Natureza e suas Tecnologias, por meio da disciplina Matemática e Linguagens, Códigos e suas Tecnologias por meio da disciplina Arte, o problema da presente pesquisa consiste em investigar bibliograficamente a relação entre essas duas disciplinas. Mediante essa investigação a pergunta norteadora da dissertação passou a ser:

- Onde se encontra a convergência dessas duas áreas de conhecimento, por meio das disciplinas matemática e arte, que possibilite a interdisciplinaridade de forma que venha a contribuir com a educação?

Para tanto, busca-se investigar no matemático grego da Antiguidade Euclides (apud BOYER, 1999), por meio da geometria, e em Paul Klee (apud WICK, 1989), por meio da Linguagem Visual, a relação entre essas duas áreas de conhecimento, no que se refere à matemática e a arte nos elementos comuns a estas duas formas de linguagens: ponto, linha e forma.

OBJETIVO

Objetiva-se estabelecer relação entre as faces das áreas de conhecimento das Ciências da Natureza e suas Tecnologias por meio da matemática, Linguagens, Códigos e suas Tecnologias por meio da arte. Por meio da linguagem geométrica e visual, busca-se oferecer uma opção, tanto ao docente como ao aluno, de um ensino e aprendizado interdisciplinares.

JUSTIFICATIVAS

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais específicos de Matemática e Arte encontra-se a interdisciplinaridade em dois momentos:

> O ponto, a reta, o quadrado não pertencem ao espaço perceptivo. [...] Pode-se então dizer que a Geometria parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico – dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos (PCN, 1997, p. 126).

> Criar e perceber formas visuais implica trabalhar freqüentemente com as relações entre os elementos que as compõem, tais como ponto, linha, plano, cor, luz, movimento e ritmo (PCN, 1998, p. 62).

Além da interdisciplinaridade dessas áreas de conhecimento, nos PCNs a relação entre arte e matemática também foi defendida e bastante teorizada pelo suíço Max Bill: "[...] que foi um designer gráfico, designer de produto, arquiteto, pintor, escultor, professor e teórico do design, cuja obra o coloca entre os mais importantes e influentes *designers* do século XX".[1]. Também, para Jacob Klintowitz (2005):

> Bill teve uma importância fundamental para a arte brasileira, na qual sua participação na primeira bienal de São Paulo (1951) e em sua visita ao Brasil, em 1953, teve profundas influências. Ele foi arquiteto, formado na antiga Bauhaus, influenciou o mundo das artes por sua perspicácia à defesa da arte concreta e ajudou a erguer uma escola que seria a continuidade das idéias da Bauhaus, a Escola da Forma.[2]

A matemática sempre foi relativamente ligada à arte. Sabe-se, por exemplo, dos inúmeros cálculos para a realização de uma catedral gótica e da "proporção de ouro" alcançada pelos gregos[3]. Modernamente, observam-se registros artísticos que fizeram uso dos elementos da linguagem visual para comunicar uma diversidade de expressões, como a seguir, mais precisamente, o concretismo:

> Mas aqui na arte concreta, a matemática sai do planejamento, sai do fundo e aparece como argumento. O cubismo foi um momento decisivo no desenvolvimento da arte moderna. Com Picasso e Braque, a pintura se tornou não mera pintura o que poderia ter sido abstração, mas pura representação: a análise e síntese da visão, pelo observador, de objetos no espaço. Eles exploraram, mais sistematicamente do que os impressionistas tinham feito à visão instantânea, periférica e semi-inconsciente. Os futuristas italianos, Boccioni, Carrà e outros, deram um passo mais à frente, sob um aspecto: enquanto os cubistas procuraram mostrar todas as facetas de um objeto de uma só vez (imediatamente), os futuristas procuraram colocar o espectador no centro de um mundo do século XX, dinâmico, veloz, fulgurante. Sua fascinação pela modernidade foi

---

[1] Max Bill. Wikipédia. Verbete. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Max_Bill. Acesso em: 03 maio 2008.

[2] KLINTOWITZ, Jacob. Os Italianos e a arte brasileira. 2002. Disponível em: http://www.ecco.com.br/vita_mia/oriundi_artplas.asp. Acesso em 02 dez. 2006.

[3] Disponível em: http://www.lmc.ep.usp.br/people/hlinde/Estruturas/constru3.htm. Acesso em: 03 maio 2008.

> partilhada até certo ponto por seus sucessores indiretos na Rússia, os construtivistas, cujo objetivo era criar um mundo novo, dominado por puras relações artísticas e formais. Se Malevich foi o pioneiro desse movimento intensamente idealista, Mondrian foi indubitavelmente seu mais famoso representante. Seu trabalho, entre todos os de forma mais pura da arte abstrata, ainda permanece entre as grandes manifestações cubistas sobre o espaço (NASH, 1977). A rigor, pode ser chamada de *arte abstrata* ou *abstracionismo* toda aquela que não se prende a uma representação fiel da natureza. Esse tipo de arte, portanto, existiu desde os primórdios da civilização, encontrando alguns momentos de maior ou menor aceitação. (Nash, 1977 apud KLINTOWITZ, 2002).[4]

Ainda segundo Nash:

> O termo hoje é mais utilizado para designar a produção artística do Século XX, com seus movimentos de ruptura com a arte européia tradicional, que se baseava ainda, em grande medida, nas idéias renascentistas. A maioria dos movimentos do século XX valorizava a subjetividade na arte, permitindo distorções de forma que se chocavam, por exemplo, aos ideais do grande crítico renascentista Giorgio Vasari e sua crença no valor do artista intimamente ligado à própria capacidade de representar a natureza com o máximo de precisão possível (apud KLINTOWITZ, 2002)[5].

Segundo a professora Ana Maria Kaleff[6], da Universidade Federal Fluminense - UFF - em Niterói, com a geometria e a manipulação de material didático o aluno adquire a capacidade de abstração em matemática (KALEFF, 2003). A geometria é vista ainda como uma matéria chata e complicada, muitas vezes relegada ao plano do desenho geométrico, o que se quer mostrar é que há meios de deixar a aula de matemática muito mais atraente e proveitosa, afirmou Kaleff (2003).

“O desenho geométrico vem sendo abandonado nas escolas, devido à abordagem clássica, o que tem prejudicado bastante a compreensão da geometria” (IMENES; LELLIS, 1997, p. 25). Esses autores ainda acrescentam:

> Neste trabalho, retornaremos as construções geométricas de uma maneira bem mais livre que a do desenho tradicional; propiciando por meio da construção de figuras a construção e descoberta de valiosas idéias geométricas. (Ibid., p. 25).

---

[4] KLINTOWITZ, Jacob. Os Italianos e a arte brasileira. 2002. Disponível em: http://www.ecco.com.br/vita_mia/oriundi_artplas.asp. Acesso em 02 dez. 2006.
[5] Ibid.
[6] Ana Maria Kaleff trabalha no Espaço UFF de Ciências, com técnica de ensino de ciências e matemática para subsidiar a rede pública. Artigo: **A geometria na escola**, ministrado no curso de especialização em Educação Matemática, Faculdade de Educação, Garanhuns – PE, 2003.

Segundo Vieira e Ribeiro:

> Mas o que será que a Arte tem a ver com a Matemática? E o que isto pode ter a ver com a Educação? Estas questões centrais enfocam este projeto de pesquisa, objetivando a possibilidade de encarar tais conhecimentos de forma contextualizada e significativa, presentes num cotidiano escolar esteticamente valorizado, passível de interpretação, crítica e expressão pelo alunado (TVE BRASIL, 2007).

Levando em consideração também à formação contínua do professor (ZABALZA, 2004), aglutinar essas duas áreas de conhecimento beneficiará o currículo escolar, bem como a sua influência na sociedade em geral:

> Desde os primeiros tempos, temos registros de manifestações artísticas e matemáticas no comportamento humano. O pensamento matemático expressava-se, com certeza, até na escolha da caverna, onde, intuitivamente, a proporcionalidade entre o espaço disponível e o número de habitantes do grupo era levada em consideração. O pensamento artístico dominava magicamente os desafios da natureza. A arte era produzida pelo homem caçador, que desenhava bisões e mamutes, registrando suas marcas nas paredes das cavernas, como forma de domínio, poder e força. Havia também a construção de armas, instrumentos e utensílios em pedra, ossos e troncos, em que as relações entre as formas, suas dimensões, volumes e usos são evidentes para nós. São precisões, igualdades e variações que afloram ao nosso olhar, símbolos e personagens que desafiam a harmonia e o ritmo plástico. Em decorrência de grandes marcos da história da humanidade, como o apogeu das ciências, o processo de industrialização e, mais tarde, o surgimento da tecnologia, o conhecimento fragmentou-se cada vez mais, resultando numa intensa disciplinarização com o surgimento de objetos de estudo, métodos e conteúdos específicos o que produz seus efeitos até os nossos dias, em especial em nossa educação. Entender o surgimento da Arte e da Matemática nos diferentes contextos culturais da história da humanidade, como formas de o homem pensar-se e expressar-se em seu tempo histórico, respondendo às questões sociais, históricas, políticas e culturais que o mundo lhe impunha, configuram-se como o primeiro passo para sermos capazes de lançar um novo olhar à contemporaneidade. As múltiplas relações existentes entre os saberes de nosso tempo sensibilizam-nos para a complexidade do conhecimento humano, denunciando e fazendo-nos reconhecer o quanto são tênues as fronteiras existentes entre as descobertas científicas, as invenções matemáticas e tecnológicas e as produções das diferentes linguagens artísticas. E foi partindo do princípio de que o conhecimento humano não é só múltiplo como também complexo, reunindo fazeres e pensares de todos os tipos - religiosos, artísticos, científicos, míticos e cotidianos - que nos propusemos a nos aventurar pela história do homem e de suas produções, buscando pistas, indícios e evidências do quanto a Arte e a Matemática sempre caminharam e do quanto caminham juntas até os dias de hoje, ajudando-nos a produzir novas respostas ao mundo imagético, globalizado e cibernético em que vivemos. Mas

> onde poderemos identificar as relações entre a Arte e a Matemática? Isto seria possível de acontecer na escola? À Escola, levamos o desafio de um ensino de Matemática provido de significado para o aluno, de forma a desempenhar um papel formativo - por desenvolver competências lógico-matemáticas, funcionais - por ajudar na resolução de problemas do dia-a-dia, e instrumental - por fazer conexões com outras áreas curriculares. Em Arte, trazemos à discussão a necessidade de pesquisarmos sobre as imagens, os sons, as palavras e os gestos, para aprender com eles, com os mundos que eles representam e com a vida das pessoas que se relacionaram ou que continuam a se relacionar com eles; é a importância e o direito de aprender a interpretar a cultura de seu tempo e espaço, com a amplitude de informações e conhecimentos sobre outros tempos e espaços. Nossos alunos em geral têm acesso a produções artísticas dos mais diferentes tipos, através do computador, da TV, do rádio, do vídeo, dos games, do cinema, dos outdoors das ruas, dos artesanatos das feiras populares, dos jornais, das revistas e de tantas outras fontes. Por que não nos apropriarmos desta riqueza na escola? Entendendo a arte enquanto linguagem, acreditando na aprendizagem de sua leitura e de sua produção, enquanto pensamento, expressão e comunicação, estaremos desenvolvendo eixos organizadores e estruturadores de subjetividades e de aquisição de novos saberes. Mais que isto, pretende-se desenvolver uma política educacional capaz de reconhecer, valorizar e respeitar diferenças e singularidades - aspecto fundamental para a sociedade em que vivemos. O que a arte na escola principalmente pretende é formar o conhecedor, fruidor, o decodificador da arte. Uma sociedade só é artisticamente desenvolvida quando ao lado de uma produção artística de alta qualidade há também uma alta capacidade de entendimento pelo público. Desenvolvimento cultural, que é a alta aspiração de uma sociedade, só existe com desenvolvimento artístico neste duplo sentido (Ibid.).

E, neste sentido, por que não arte e matemática? Ou matemática e arte? O trabalho da arte e matemática, especificamente com geometria nas escolas tem sido baseado na concepção de que se aprende através de exercícios individuais e informações dadas pelo professor. Essa prática tem levado os alunos a repetir e memorizar uma série de "operações" sem compreendê-las e sem conseguir relacioná-las com as situações vividas no seu cotidiano, como se a arte e a matemática da escola fosse diferente daquela vista em casa, na rua, em todo o espaço físico que os rodeia, pretende-se então "instigar a curiosidade epistemológica" (FREIRE, 2003, p. 29).

A importância desse trabalho reside no aprendizado do conteúdo pelos alunos, visto que, em suas futuras profissões poderão fazer uso dos conhecimentos adquiridos e aperfeiçoarem-se, obtendo assim, ótimos resultados.

Dessa forma, o que também justifica esse trabalho é compartilhar com os professores e alunos a experiência de trabalhar com a arte e a matemática, figuras geométricas. Pretende-se formar indivíduos reflexivos, porque buscarão responder suas dúvidas; assim como serem independentes, porque saberão construir e criar projetos de trabalho; e confiantes em seus conhecimentos, porque através deste estudo estarão aptos a participar, cada vez mais, da dinâmica lógica da arte e da matemática.

PERCURSO METODOLÓGICO

Busca-se utilizar, como abordagem metodológica, a pesquisa bibliográfica com alguns artistas presentes na Arte Moderna, bem como momentos interessantes da história da Arte (GOMBRICH, 1972) e também matemáticos que serviram de referencial para a arte abstrata (BOYER, 1999). As formas artísticas e matemáticas utilizadas são as figuras, o ponto, linha e forma.

A intenção de proporcionar ao ensino e aprendizagem a interdisciplinaridade, possibilita vislumbrar diferentes aspectos de uma obra de arte e sua relação com a matemática (READ, 2001).

Na construção desta pesquisa, destacam-se artistas estrangeiros que desenvolveram trabalhos reconhecidos internacionalmente como: Paul Klee, Piet Mondrian e Wassily Kandinsky, bem como os diversos movimentos presentes na arte moderna, como o construtivismo, o cubismo e o abstracionismo. A relação da história da matemática e da arte serve como pano de fundo para a caracterização da importância nas áreas de conhecimento de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e Linguagens, seus códigos e suas tecnologias por meio das disciplinas geometria e arte e a relação existente entre elas.

Também se destaca o contexto histórico-social dos artistas pesquisados, bem como o de suas produções, considerando-se as sensações provocadas no observador diante dos elementos geométricos que as compõem. Todos esses fatores devem levar o professor a uma ampliação do olhar sobre as produções artísticas, conferindo uma visão complementar entre diferentes aspectos. A elaboração dessa pesquisa é assim estruturada:

O capítulo primeiro analisa o matemático Euclides de Alexandria e a importância da sua obra *Os elementos,* com o destaque dos elementos: ponto, linha e forma no aspecto geométrico.

O segundo capítulo aborda Paul Klee, sua vida e obra, sua passagem pela Bauhaus como professor e o uso dos elementos geométricos: ponto, linha e forma em suas obras, dando uma ênfase especial para as linhas.

O capítulo três expõe os elementos da linguagem matemática: ponto, linha e forma, bem como da definição dada a eles por diversos matemáticos, numa forma de comparação e complementação de significação.

O capítulo seguinte apresenta os elementos da linguagem visual: ponto, linha e forma, bem como da definição dada a eles por diversos artistas plásticos, também numa forma de comparação e complementação de significação.

O capítulo quinto aborda os fundamentos de convergência nos ensinos da matemática e arte, destacando as obras de Kandinsky, Klee e Mondrian e as linhas como principais elementos geométricos, objeto da interdisciplinaridade nessas duas disciplinas.

Capítulo 1
1 PONTO, LINHA E FORMA NA CONCEPÇÃO DE EUCLIDES

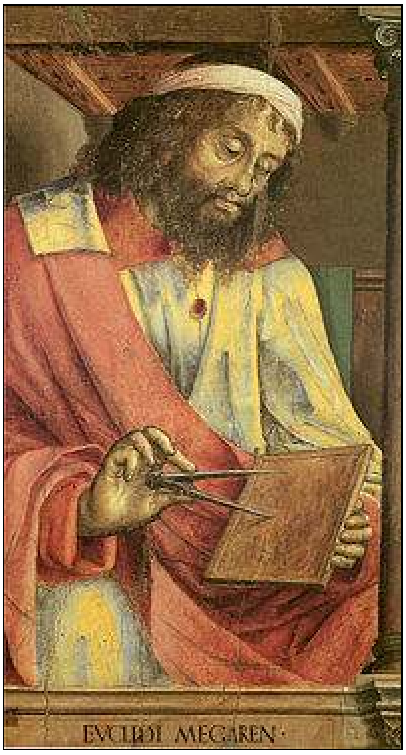


Figura 1. Euclides.[7]

Inicialmente e de forma sucinta e objetiva, a dissertação analisa o matemático Euclides de Alexandria e sua importância na história no que se refere aos elementos: ponto, linha e forma.

A partir desse grego da Antiguidade definiu-se ponto, a linha e a forma: Euclides, por volta do ano 300 a.C., em Alexandria. Esse homem existiu e a sua obra pode até mesmo rivalizar com a Bíblia. De fato, a sua abordagem veio a caracterizar uma nova forma filosófica e também a definir a natureza matemática, vindo a perdurar até o século 19 (MLODINOW, 2005).

Euclides de Alexandria (360 a.C.- 295 a.C.), como foi assim chamado, até hoje é um personagem muito importante na história da matemática. Foi professor em Alexandria, matemático platônico, pois, deve ter "estudado com discípulos de Platão,

[7] Figura disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Euclides. Acesso em: 07 Jun. 2007.

senão na própria academia” (BOYER, 1999, p. 69). Também Boyer, matemático e historiador da Matemática norte americano, fala de Euclides:

> Consagrou-se com suas vinte e três definições Os Elementos, (300 a.C.), que estão divididos em treze livros ou capítulos, dos quais os seis primeiros são sobre geometria plana elementar, os três seguintes sobre teoria dos números, o livro X sobre incomensuráveis e os três últimos versam principalmente sobre geometria no espaço (1999, p.72).

Ele foi o livro básico da geometria até o século 19 (GORDON, 2002, p.13). Foi uma de suas maiores obras, permitiu que a matemática de sua época e ainda hoje caminhasse a passos largos para seu desenvolvimento. Nas palavras de Eves:

> Parece que esse trabalho notável, imediata e completamente superou todos os elementos precedentes de fato, nenhum vestígio restou de esforços anteriores. Tão logo o trabalho apareceu, ganhou o mais alto respeito e, dos sucessores de Euclides até os tempos modernos, a mera citação do número de um livro e o de uma proposição de sua obra prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular. Nenhum trabalho, exceto a Bíblia, foi tão largamente usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influencia maior no pensamento cientifico. Mais de mil edições impressas dos Elementos já apareceram desde a primeira delas em 1482 por mais de dois milênios esse trabalho dominou o ensino de geometria. (1995, p. 167 e 168).

Como relata Boyer (1999, p. 69), os livros de Euclides que sobreviveram são os mais antigos tratados gregos existentes; no entanto, do que Euclides escreveu mais da metade se perdeu.

Muito do sucesso do livro *Os elementos* deveu-se a Euclides ter excelente capacidade de ensinar. Na Universidade de Alexandria, parte dos professores dedicava-se às pesquisas, outros à administração, mas Euclides foi conhecido pela habilidade de ensinar (BOYER,1999, p.71). Segundo Mlodinow (2005, p. 39):

> [...] sua obra integrou a educação superior durante a maior parte do tempo , e continua sendo assim até hoje. A redescoberta de sua obra foi uma chave para a renovação da civilização européia na Idade Média. Spinoza tentou imitá-lo. Abraham Lincoln o estudou. Kant o defendeu.

A partir das definições de Euclides muitas críticas, controvérsias, apoio e novos estudos aconteceram vindo a confirmá-las ou simplesmente descartá-las, mas impreterivelmente ser fundamental para muitas pesquisas científicas ou até de curiosos. Segundo Boyer (1999, p. 71 e 72), *Os elementos* de Euclides superaram tanto seus competidores que foram os únicos a sobreviverem. E, segundo Tahan (1983, p. 50): "[...] as definições euclidianas resistem aos séculos e permanecem inabaláveis diante do evoluir do pensamento cientifico". Para Boyer (1999, p. 74):

> Os Elementos, evidentemente, constituiu o desenvolvimento lógico mais rigorosamente tratado da matemática elementar que já fora erigido, e dois mil anos deveriam passar-se antes que surgisse uma apresentação mais cuidadosa. Durante esse longo intervalo a maior parte dos matemáticos considerou a exposição de Euclides como logicamente satisfatória e pedagogicamente aceitável.

E sobre a geometria tratada por Euclides, mesmo sem demonstrações, foi muito importante servindo de suporte para provas de outras geometrias mais complexas. Sem dizer que personagens importantes da história, como Isaac Newton e Spinoza também se utilizaram do mesmo sistema dedutivo para desenvolverem suas idéias. Quem melhor explica esse assunto é Barbosa (1995, p. 21):

> A geometria, como apresentada por Euclides, foi o primeiro sistema de idéias desenvolvido pelo homem, no qual umas poucas afirmações simples são admitidas sem demonstração e então utilizadas para provar outras mais complexas. Um tal sistema dedutivo, inspirou homens, das mais diversas áreas, a organizarem suas idéias da mesma forma. São exemplos disto o "Principia" de Sir Isaac Newton, no qual ele tenta apresentar a Física com um sistema dedutivo, e a "Ética" do filósofo Spinoza.

Antes de Euclides, houve outros matemáticos. Um dos que se destacou com contribuições relevantes para o trabalho de Euclides foi Pitágoras, que foi um filósofo e matemático grego, nascido em Samos, entre os anos 571 a.C. a 570 a.C.; morreu provavelmente em 497 a. C. ou 496 a.C. em Metaponto.[8]

Encontra-se no primeiro livro de Euclides a demonstração do teorema de Pitágoras, porém, como se fosse de Euclides. Ele fez uma breve demonstração e não citou que a descoberta foi de Pitágoras (Eves, 1992, p. 55). Sabe-se também que antes da época de Pitágoras e futuramente a de Euclides as descobertas sempre tinham um cunho de interesse comercial e somente por esse motivo tinham algum destaque. Segundo D'Ambrósio (1996, p. 36):

[8] Pitágoras. Wikipédia. Verbete. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Pitagoras. Acesso em: 07 Jun. 2007.

> Platão distinguia claramente uma matemática utilitária, importante para comerciantes e artesãos, mas não para intelectuais, para quem defendia uma matemática abstrata, fundamental para aqueles que seriam os dirigentes, para a elite.

Pode-se entender que muitas teorias foram esquecidas porque não traziam lucros para a época. Talvez não se esteja muito distante dessa realidade ainda hoje. Mas, o que se deseja enfatizar nesse trabalho é uma conscientização no ensino da matemática a ponto de trazer alguma contribuição para a atual educação do Brasil. Por um momento, enfatizam-se particularmente *Os elementos* de Euclides, pois, na é na matemática que se obterá um embasamento teórico. Também por acreditar-se que foi uma das mais importantes obras de sua vida e que trouxe avanços para o desenvolvimento do mundo de então. Ainda hoje permanece viva a sua chama como afirma Boyer (1999, p. 82): "Os elementos de Euclides não só constituem a mais antiga obra matemática grega importante a chegar até nós, mas o texto mais influente de todos os tempos". Segundo Mlodinow (2005, p. 43):

> O objetivo de Euclides era que o seu sistema fosse livre de suposições não reconhecidas baseadas na intuição, em conjecturas e na inexatidão. Ele formulou 23 definições, cinco postulados geométricos e cinco postulados adicionais que chamou de noções comuns. A partir dessa base, ele demonstrou 465 teoremas – essencialmente todo o conhecimento geométrico de seu tempo.

Euclides teve a coragem de compilar teoremas, axiomas, prová-los ou não e hoje se torna muito útil a essa pesquisa. Graças à imprensa, Boyer (1999, p. 82) ressalta:

> A primeira versão impressa de *Os Elementos* apareceu em Veneza em 1482, um dos primeiros livros de matemática impressos; calcula-se que desde então pelo menos mil edições foram publicadas. Talvez, nenhum livro, além da Bíblia, possa se gabar de tantas edições, e certamente nenhuma obra matemática tivera influência comparável á de *Os elementos* de Euclides. Como é apropriado o nome que os sucessores de Euclides lhe deram, "o Elementador!

Dos treze volumes que compõem a obra de Euclides, volta-se a atenção para o Livro I dos *Elementos*, pois, trabalha-se aqui com o ponto, linha e forma. Segundo a definição de Euclides: "Ponto é aquilo que não tem partes" (apud BOYER, 1999, p. 72). Logicamente, com essa definição dá-se a entender que o que não tem partes é algo único. Para Mlodinow (2005), a definição que Euclides dá para o ponto não faz muito sentido, de certa forma é uma definição lógica.

Outra definição é a de linha, que Euclides define como reta: “Uma reta é o comprimento sem largura” (apud BOYER, Ibid., p. 72). Novamente Euclides não se preocupa com a definição em si. Entende-se como linha reta uma seqüência de pontos ordenados retamente. Segundo Mlodinow (2005, p.44):

> Algumas definições de Euclides, como aquelas para ponto e a linha, são vagas e quase inúteis: uma linha reta é aquela que tem todos os pontos colocados de modo uniforme sobre ela esta definição pode ter vindo das técnicas de construção, nas quais você verifica se uma linha é reta fechando os olhos e observando ao longo de sua extensão.

Na época de Euclides a matemática era usada especificamente para a arquitetura o que justifica suas colocações voltadas para essa área. O outro elemento focalizado na pesquisa é a “forma”. Entre as definições de Euclides não se acha exatamente uma definição para “forma”, Por esta razão, uma definição que mais se aproxima do objetivo da dissertação é a da superfície, conforme também analisada por Boyer (1999, p. 72): “Superfície é o que tem apenas comprimento e largura”.

Quando Euclides faz essa definição é porque ele “[...] considerava figuras (triângulos, quadriláteros, círculos etc.) como elementos comparáveis, isto é, entre os quais é possível estabelecer-se a igualdade da soma” (TAHAN, 1983 p. 46, 47). Ele não se preocupa com tais definições, por achá-las lógicas em suas aplicações. Ele fala de algo que não descobriu, apenas utiliza-se de conhecimentos já existentes para anexá-los em sua compilação por saber de sua importância e utilidade futura, isso o torna um geômetra famoso. Segundo Mlodinow (2005, p.15):

> Foi um homem que, possivelmente, não descobriu sequer uma só lei importante da geometria. No entanto, ele é o mais famoso geômetra já conhecido, e por boas razões: foi através de sua janela que, durante milênios, as pessoas olharam primeiramente quando contemplaram a geometria.

Para Euclides, o que estava explicito não havia sentido explicar. O raciocínio lógico era então o melhor professor. Sobre isso, Barbosa afirma:

> Geometria, como qualquer sistema dedutivo, é muito parecido com um jogo: partimos com um certo conjunto de elementos (pontos, retas, planos) e é necessário aceitar algumas regras básicas que dizem respeito às relações que satisfazem estes elementos, as quais sãos chamadas de axiomas. O objetivo final deste jogo é o determinar as propriedades das figuras planas e dos sólidos no

> espaço. Tais propriedades, chamadas Teoremas ou Proposições, devem ser deduzidas somente através do raciocínio lógico a partir dos axiomas fixados ou a partir de outras propriedades já estabelecidas. (2001, p. 11).

Como se percebe, nem Euclides definiu claramente o ponto, linha e plano (superfície). Dá a entender que, para ele, esses elementos são importantes como ponto de partida para outros estudos como: as retas.

Euclides começa então a alistar seus postulados e noções comuns em relação às retas. Segundo Aristóteles havia uma grande distinção entre axiomas ou noções comuns e postulados. Para ele:

> As primeiras devem ser convincentes por elas mesmas – verdades comuns a todos os estudos – mas os postulados são menos óbvios e não pressupõem o assentimento do estudante, pois dizem respeito somente ao assunto em discussão. Os matemáticos modernos não vêem diferença entre axioma e postulados. (BOYER, 1999, p. 72).

Percebe-se que para Euclides o importante era o registro do que seria utilitário. Então sobre a reta ele faz citações práticas. Passa-se agora a transcrever o que diz sobre a reta segundo os seus postulados:

> 1. Traçar uma reta de qualquer ponto a qualquer ponto.
> 2. Prolongar uma reta finita continuamente em uma linha reta.
> 3. Descrever um círculo com qualquer centro e qualquer raio.
> 4. Que todos os ângulos retos são iguais.
> 5. Que, se uma reta cortando duas retas faz os ângulos interiores de um mesmo lado menores que dois ângulos retos, as retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram desse lado em que os ângulos são menores que dois ângulos retos. (BOYER, 1999, p. 72).

Para os matemáticos não há o que discutir sobre o assunto. Mesmo assim, Euclides também se utilizava de registros de noções comuns. Tais noções comuns são registradas na forma de postulados:

> 1. Coisas que são iguais a uma mesma coisa são também iguais entre si.
> 2. Se iguais são somados a iguais, os totais são iguais.
> 3. Se iguais são subtraídos de iguais, os restos são iguais.
> 4. Coisas que coincidem uma com a outra são iguais uma a outra.
> 5. O todo é maior do qualquer de suas partes. (BOYER, 1999, p. 72).

Para um leigo talvez seja algo sem sentido. Não há nesse registro nenhuma preocupação para a explicação do assunto. Barbosa (2001, p. 89), faz um relevante comentário sobre tais postulados:

> Embora Euclides não tenha dito especificamente, fica claro, através da forma como ele utilizou, que o primeiro postulado refere-se a uma única reta ligando os dois pontos. Também, do contexto, fica claro que, para Euclides, "reta" significava o que hoje chamamos de "segmento". Daí ele falar em "continuar infinitamente uma reta". Ele assumiu tacitamente que tal prolongamento pode ser feito de uma única maneira em cada extremidade de uma "reta", de modo que duas retas distintas não podem ter um segmento comum. De fato Euclides utilizou-se de muitas hipóteses que não constavam, sob nenhuma forma, nem das "noções comuns", nem dos "postulados". Esta omissão é considerada pelos geômetras como um dos mais graves defeitos dos "Elementos".

O que incomoda muitos geômetras é tal registro isento de explicações, abre-se então um leque para críticas de alguns matemáticos, como Hilbert (MACHADO, 1996, p. 91). A partir desses postulados, o quinto tornou-se um desafio para muitos matemáticos:

> Durante mais de vinte séculos, muitos matemáticos tentaram ou demonstrá-lo a partir dos anteriores (gerando muitas "provas" com erros), ou substituí-lo por outro mais simples e evidente, a partir do qual o quinto postulado poderia ser deduzido. (MACHADO, 1996, p. 20).

Algumas sugestões de substituição são:

> a. Por um ponto fora de uma reta pode-se passar uma única paralela à reta dada.
> b. A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 2 retos (180º).
> c. Três pontos não colineares determinam um círculo. (MACHADO, 1996, p. 20).

Essa substituição se torna explicativa e de fácil entendimento. Sobre o assunto Machado (p. 20), faz o seguinte comentário:

> A primeira alternativa, surgida no século XVIII, difundiu-se a ponto de identificarmos o quinto postulado de Euclides como o "postulado das paralelas. Sacchierei, jesuíta italiano do século XVIII, tratou o problema de forma diferente: utilizou a técnica da demonstração indireta por absurdo para tentar mostrar a dependência do quinto postulado em relação aos demais. Assim negou o quinto postulado buscando obter uma contradição das conseqüências dessa negação com os outros postulados. Não obteve sucesso; mas, sem que

> notasse, obteve resultados fundamentais para a demonstração da independência do quinto postulado e o desenvolvimento de novas geometrias, nas quais não vale o “postulado das paralelas”, obtidas por Gauss (1777 – 1855), que não as publicou, receoso do impacto que causariam; Lobachevsky (1793 – 1856) e Bolyai (1802 – 1860). (MACHADO, 1996, p. 20).

O mais intrigante para todos os matemáticos até a primeira metade do século dezenove foi o quinto postulado de Euclides. Nessa época chegaram à conclusão que o quinto postulado não era demonstrável, então surge à geometria não-euclidiana, “[...] um período caracterizado pelas investigações do ponto de vista da geometria diferencial, em contraste com os métodos sintéticos previamente utilizados (Barbosa, 2001, p. 90-91).

Dentre os matemáticos pesquisadores estão: Lie, Beltrami, Cayley, Klein, Clifford e Hilbert (Barbosa, 2001, p. 90-91). Quem realmente chegou a um resultado nos estudos foi Hilbert:

> Os trabalhos de Cayley, Klein e Clifford produziram uma linda classificação destas geometrias do ponto de vista projetivo-métrico. Daí em diante, a preocupação com a fundamentação da geometria em bases sólidas dominou a pesquisa matemática sobre o assunto culminando com a reconstrução da geometria Euclidiana por Hilbert o que, finalmente, e definitivamente, encerrou a longa batalha com o quinto postulado de Euclides (Ibid., p. 91).

Não se pretende provar que os *Elementos* de Euclides são únicos e totalmente aceitáveis nos dias atuais, mas sim, mostrar sua importância para o ponto inicial para muitos estudos e também sua utilização nas artes visuais a qual é o nosso objeto de interdisciplinaridade nessa pesquisa. A seguir, conhecer-se-á como a arte visual utiliza-se do ponto, linha e forma geometricamente na concepção de Paul Klee.

CAPÍTULO 2
2 PONTO, LINHA E FORMA NA CONCEPÇÃO DE PAUL KLEE

Figura 2. O artista Paul Klee.[9]

Paul Klee é o artista que, mais do que todos os outros, baseia seu trabalho na "formatividade". "Toda obra é, antes de mais nada, um produto, não obra que é, mas em primeiro lugar gênese, obra que vem a ser" (ARGAN, 1992, p. 668). Uma vez definido ponto, linha e forma na concepção de um matemático, conceituará agora os mesmos elementos na concepção de um artista.

Antes mesmo da definição propriamente dita de ponto, linha e forma na concepção de Paul Klee apresentar-se-á brevemente informações sobre a sua origem para entendermos melhor suas idéias e afirmações.

Paul Klee (1839) era de uma família de músicos, natural de Hofwil, Alemanha. (PARTSCH, 2005). O interesse de Paul Klee pela arte aflorou desde muito cedo quando sua avó, Sra. Frick, ensinou-o a desenhar com lápis de cor (AZENHA, 1990).

Com sete anos começou a tocar violino. Seus pais queriam que fosse músico, mas, ele também desenhava e escrevia, porém os seus dotes para o desenho não foram muito estimulados, como diz Partsch (2005, p. 9), autora do livro *Klee*:

---

[9] Imagem disponível em: cache.viewimages.com/xc/2641667.jpg?v=1&c=Vie. Acesso em: 07 Jun. 2007.

> Klee era um músico – intérprete fiel da tradição. Pelo contrário enquanto pintor-criador, era um radical. A música e a pintura não tinham para ele a mesma importância, embora muitas vezes, a propósito da sua busca pessoal, se tenha suposto o contrário.

Depois de freqüentar a academia para aulas de pintura de Franz von Stuck (1863-1928), dedicou-se à técnica da gravura a água-forte (Ibid. p. 11). Segundo Partsch (2005, p.11):

> Em julho de 1903, começou um ciclo de onze águas-fortes, chamado de Invenções, que terminou na primavera de 1905 (p 6,8, 9 e 13). Após uma viagem de catorze dias a Paris, durante a qual conheceu os impressionistas, com exceção de Paul Cézane (1839 – 1906) e dos contemporâneos modernos, Henri Matisse (1869-1954) e André Derain (1880-1954), começou novas experiências, gravando em placas de vidro pintadas de preto. Utilizou essa técnica para o retrato do pai (p.10). Klee desenvolveu, a partir daqui, a sua pintura gravada em vidro onde, mais do que a cor, é o contraste claro-escuro que ocupa o primeiro plano.

Homenageando seu pai, retratou-o utilizando sua nova técnica. Klee utilizou-se de pontinhos em sua obra.

Figura 3. O pai de Paul Klee.

Mas, um momento decisivo na vida de Paul Klee foi quando viajou para Tunes, em abril de 1914, juntamente com August Macke e Louis Moilliet. “Esta viagem, muitas vezes descrita, é sempre apresentada como ‘um momento histórico’” (Ibid., p. 23). Nesta viagem Paul Klee descobre-se com pintor. Segundo Partsch (Ibid. p. 25 e 26):

> Uma das últimas obras da viagem, *Às Portas de Kairuan* (p. 26), foi realizada no dia em que ele registrou no seu diário a certeza de se ter tornado pintor (16 de abril de 1914). Superfície de cores suaves sobrepõem-se para construir uma paisagem e a perspectiva de uma cidade.

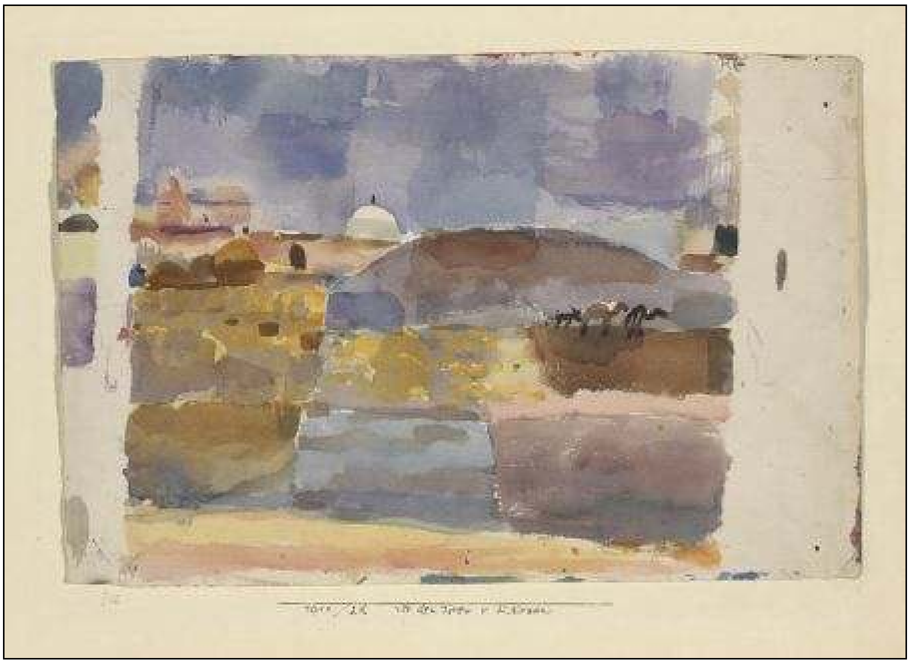


Figura 4. Às portas de Kairuan.[10]

Quando Paul Klee retornou a Munique, depois de se encontrar consigo mesmo como um pintor faz outro quadro buscando nas cores as formas abstratas com as quais passa a identificar-se.

> Ele criou uma obra inteiramente abstrata, cujo título se refere novamente a Kairuan, mas que, no entanto, tem poucas semelhanças com a aquarela acima referida. (*No estilo de Kairuan, Transposto para o Moderado*), de 1914 (p. 27), compõem-se de retângulos pequenos e grandes, dispostas de forma diferente. Na metade esquerda do quadro, os retângulos são menores, mais juntos uns dos outros e surgem tons castanhos, verdes e vermelhos-

[10] Vor den Toren (1914, p. 216). Aquarela sobre papel cartão, 20,7 x 31,5 cm. Berna: Kunstmuseum Bern. Fundação Paul Klee. Disponível em: http://www.iatwm.com/200506/PaulKlee/ZPK001986AI.jpg. Acesso em: 02 jan. 2008.

> pálidos, enquanto, no centro, as formas são maiores e o amarelo, o azul e o vermelho são luminosos. No lado direito, as formas são maiores e, apesar de aqui serem dominantes e o verde e o azul, perderam novamente a luminosidade. Parece uma cidade, talvez vista de cima, no meio de uma paisagem. A maneira é a mesma nos dois quadros, mas o grau de abstração difere. (Ibidem, 2005, p. 26).

Figura 5. Quadro no estilo de Kairuan, transposto para o moderado (1914, p. 211).

Mas para Klee o que significava a abstração? No período (1921, 1921) em que Klee havia sido convidado para lecionar, que retrata a sua fase na Bauhaus, compreende-se, em seus escritos pedagógicos, o conceito que tinha de abstração:

> Abstrato? Ser pintor abstrato não significa a abstração imediata a partir de uma comparação possível com um determinado modelo; este conceito, independentemente da comparação possível, repousa no distanciamento de relações meramente figurativas... Relações meramente figurativas são as que existem entre o claro e o escuro, entre a cor e o claro-escuro, entre as várias cores, entre o comprido e o curto, entre o largo e o estreito, entre o carregado e o gracioso, entre a esquerda e a direita, entre o baixo e o alto, entre o primeiro e o segundo plano, entre o círculo e o quadrado ou o triângulo (Glaesemer, 1976, p. 33 apud PARTSCH, 2005, p. 26).

Para Bonfand (1994, p. 59): “Klee relatava: O progresso na observação da natureza faz quem estuda chegar, pouco a pouco, a uma visão filosófica do universo, que permite criar livremente formas abstratas”.

Depois desse encontro com a abstração, no início da Primeira Guerra Mundial, na qual ele serviu ao Exército Alemão como oficial, Paul Klee faz um quadro a óleo onde as formas e linhas geométricas estão presentes.

> Um dos primeiros quadros a óleo executado por Klee neste espírito da abstração é *O Tapete da Recordação* (p.29). Esta obra surgiu em 1914, a seguir do começo da Primeira Guerra Mundial. Foi executada sobre tela, com um fundo espesso, de uma cor ocre-suja, sobre a qual estão distribuídas, aparentemente sem qualquer intenção, pequenas formas geométricas, cruzes e letra isoladas. (PARTSCH, 2005, p. 28).

Figura 6. O tapete da recordação. (PARTSCH, 2005, p. 28).

O artista busca inspiração em vários aspectos relevantes. Segundo Partsch (2005, p. 37): “[...] em 1916, depois de Klee ter renunciado ao Abstracionismo de 1915, Lily enviou-lhe poemas chineses que ele transformou em quadros”. Klee até havia pensado em fazer um ciclo importante destes quadro-poemas, mas não levou adiante. As formas geométricas como quadrado, retângulo, triângulo, círculo, semicírculo estão cada vez mais presentes em suas obras:

Figura 7. Cacodemoníaco, 1916.[11]

Figura 8. Ab ovo, 1917.[12]

Figura 9. Com a Águia, 1918.[13]

Há um quadro, de 1918, cuja composição foi inspirada num poema com o tema: *Outrora surgido do cinzento da noite,* cuja origem é desconhecida, mas que é atribuído a Klee:

[11] Cacodemoníaco. Disponível em: www.debby52.ch/pics/leben_klee_kaken_k.jpg. Acesso em: 23 maio 2008.
[12] Ab Ovo. Disponível em: www.umass.edu/wsp/images/klee.gif. Acesso em: 23 maio 2008.
[13] Com a águia. Disponível em: www.iatwm.com/200506/PaulKlee/ZPK001971AI.jpg. Acesso em: 23 maio 2008.

Outrora surgido do cinzento da noite
tornado depois pesado e caro
com a força do fogo,
cheio de Deus e vencido à noite.
Então, cercado de pavor, no azul do éter,
escapa-se por cima das neves geladas
ao encontro dos sábios astros.[14]

O quadro é pintado com quadrados e as letras do poema estão dentro deles, repetindo o que está escrito na parte superior do quadro. Partsch faz uma descrição desse quadro:

> O quadro é construído de uma forma muito geométrica. As letras estão inscritas nos pequenos quadrados de cores diferentes. Entre a primeira e a segunda estrofe, a imagem é cortada por um pedaço de papel prateado, entre as duas. Na parte superior do cartão, que é o suporte da aquarela, os versos são inscritos mais uma vez. As cores são claras e luminosas. (2005, p. 41).

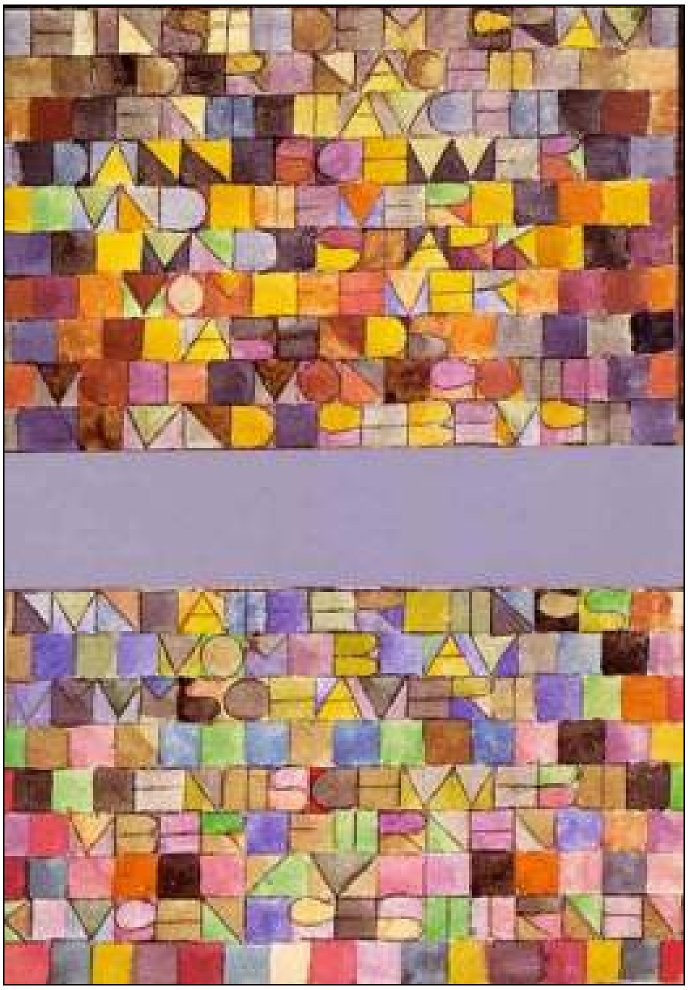


Figura 10. Outrora surgido do cinzento da noite.

[14] Poema transcrito: (Glaesemer 1976, p. 48 apud PARTSCH, 2005, p. 41).

“Na primavera de 1921, Klee assumiu sua atividade de docente na Bauhaus” (WICK, 1989, p. 313). “Sendo Klee professor na Bauhaus, ele tinha a preocupação em relação a seus alunos nos sentido de formá-los para a criação artística” (Ibid. p.336). Envolvido como estava com as formas geométricas muito presentes em suas obras Klee começa a ensinar seus alunos. Para isso seria necessário ter um ponto de partida e ele parte do “ponto” propriamente dito.

Segundo Wick, (1989, p. 336): “[...] em sua primeira lição começa com o ponto, e, significativamente, “com o ponto que se põe em movimento”. Klee não se importou em definir o ponto ou linha, mas, para ele foi mais importante trabalhar com a linha que significava o ponto em movimento. Segundo Wick, Klee distingue três tipos de linha: a ativa, a medial e a passiva. A descrição das três é:

> A linha ativa transcorre livremente, como um passeio sem destino certo (linha ondulada), ou move-se entre pontos determinados, dirigida para um objetivo, limitada temporariamente, nesse caso parecendo mais com a marcha dos negócios (linha angulosa). Se a linha circunscreve uma forma plana (Por exemplo, um quadrado, um triangulo, um círculo ou uma elipse), ela perde seu caráter de mobilidade e passa do estado ativo para o estado medial. Para Klee, a linha é totalmente passiva, quando surge como limite exterior de uma superfície de cor. (WICK, 1989, p. 336).

Já que sua ênfase está nas linhas, denominá-las torna-se fundamental para sua prática e de seus alunos da Bauhaus. Uma linha ondulada é diferente da angulosa, mas as duas possuem caráter ativo. Ela torna-se medial quando não se movimenta mais, delimitada num espaço: quadrado, triângulo, círculo e quando se põe entre as cores, separando-as é então passiva. Quando Klee escreve seu credo criativo dá ênfase especial à linha reta, seguimentos de reta, cruzamento de retas e linhas sinuosas:

> Mas desenvolvamos tais idéias. Vamos adotar um plano topográfico e fazer uma pequena viagem à terra do conhecimento mais profundo. Transposto o ponto morto, o primeiro ato dinâmico (a linha). Pouco tempo depois, uma parada para respirar (linhas interrompidas ou articuladas por diversas paradas). Olhamos para trás para sabermos o quanto já percorremos (movimento contrário). Em pensamento, ponderamos às distâncias do caminho daqui para lá (feixe de linhas). Um rio quer impedir que prossigamos: utilizemo-nos de um barco (movimento ondular). Rio acima deve haver uma ponte (série de arcos) (CHIPP, 1996, p. 184).

Usando sua imaginação, Klee dá vida à linha empregada em cada situação. Daí mostra a linha reta, a linha interrompida, a linha cruzada, a linha ondular e linha em semicírculos. Ainda mergulhado em sua imaginação continua descrevendo seu relato dando ênfase às retas paralelas:

> Do outro lado encontramos alguém que, como nós, também viaja para a terra do conhecimento profundo. A alegria do encontro faz com que a princípio caminhemos juntos (convergência); pouco a pouco as divergências começam a se fazer sentir (duas linhas, cada qual seguindo o seu rumo independentemente). Cada uma das partes demonstra uma certa excitação (expressão, dinâmica e psique da linha). (Id., Ibid.).

As retas paralelas aqui são citadas, uma do lado da outra, tomando cada uma o seu caminho, para nunca mais se encontrarem. Descrevendo sua imaginação o artista trata agora da linha num espaço determinado, no plano: “Atravessamos um campo não cultivado (um plano atravessado por linhas); em seguida uma densa floresta” (Id., Ibid.).

Mesmo delimitando o espaço num plano continua explorando a utilização das linhas. Enfatizando ainda a linha para a formação do plano e espaços comenta:

> A transformação de um ponto em movimento e linha requer tempo. O mesmo ocorre quando uma linha se desloca para formar um plano. E o mesmo vale para os planos móveis que formam espaços. (Ibid., p. 185).

Tanto o plano quanto os espaços transformam-se em formas, mas sempre formados pelas linhas. Baseado na dedicação de Paul Klee nas linhas, também nos deter-se-á mais nesse aspecto de suas obras e vida que possibilitará fazer uma relação entre as áreas de conhecimento de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias no que se refere às disciplinas: arte e matemática.

No próximo capítulo serão expostos os elementos da matemática: ponto, linha e forma bem como especificamente que parte da matemática dedica-se a eles.

CAPÍTULO 3

3 ELEMENTOS DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

Mas que parte da matemática estuda os elementos já definidos: ponto, linha e forma? É a Geometria. Sendo assim, a presente pesquisa se deterá na matemática geométrica.

Para os gregos e os babilônicos a geometria significava “medida da terra” (MLODINOW, 2005, p. 15). Para os gregos “a natureza poderia ser entendida usando-se a matemática – que a geometria poderia ser aplicada para revelar, não apenas para descrever” (Ibid.). “Eles simplesmente não raciocinavam sem régua, compasso e esquadro; tudo era construído geometricamente” (RICIERE, 1991, p. 21). De uma maneira simples e rústica a idéia de ponto, linha e plano é extraída e a civilização grega se apossa de mais uma estrutura bela até então oculta:

> Desenvolvendo a geometria a partir de descrição simples de pedra e areia, os gregos extraíram as idéias de ponto, linha e plano. Retirando-se a cortina que encobria a matéria, eles revelaram uma estrutura possuidora de uma beleza que a civilização nunca tinha visto. (MLODINOW, 2005, p. 15)

No ano sexto a.C., a geometria passou a ser uma utilidade pública no Egito. Devido a grande seca do deserto os egípcios deslocavam-se para as margens do rio Nilo que devido às chuvas equatoriais e ao derretimento da neve das regiões montanhosas o seu volume aumentava e transbordava inundando o vale (MLODINOW, 2005, p. 18). Essa inundação durava quatro meses. A lama espalhada pela zona rural era fértil proporcionando um lugar propício para plantações (Ibidem, p. 18). Por causa da utilização da terra pela comunidade apareceu também a cobrança de impostos.

> A matemática ou Astronomia dos egípcios caracterizou-se, sobretudo por aplicações práticas: medição de plantações, contabilização do trigo, registro das inundações e dos eclipses, aplicação de impostos, administração pública, etc. (RICIERE, 1991, p. 39).

Segundo Mlodinow (2005, p. 18): “[...] a cobrança de impostos foi, talvez, o primeiro imperativo para o desenvolvimento da geometria”, pois, os utilitários das terras os pagavam para o governo. “As terras pertenciam ao Estado que as arrendava adotando critérios clientistas” (RICIERE, 1991, p. 50). Ainda segundo Riciere (Ibid.): “O desenvolvimento da matemática egípcia baseou-se em quatro profissionais: Homem da corda, Homem da divisão, Homem do clima, Homem da escrita”.

Mas, de que forma eram pagos esses impostos? Segundo Mlodinow (2005, p. 19): “[...] na realização de seus levantamentos topográficos, os egípcios se utilizavam de uma pessoa chamada de harpedonopta, que significa literalmente um esticador de corda”. E ainda:

> O harpedonopta empregava três escravos que seguravam a corda para ele. A corda tinha nós em determinadas distâncias de modo que, ao estendê-la esticada com os nós servindo de vértices, você poderia formar um triângulo de medidas determinadas. Por exemplo, se esticarmos uma corda com nós a distâncias de 30, 40 e 50 metros, obteremos um ângulo reto entre os lados de 30 e 40 metros. (Originalmente a palavra hipotenusa significava em grego, “o que foi esticado contra”.) O método era engenhoso – e mais sofisticado do que possa parecer (Ibid., p. 20).

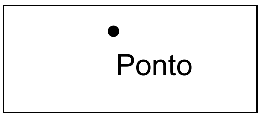
Para melhor ser entendida cada função, observa-se a descrição segundo Riciere (1991, p. 55):

> Havia também o homem da divisão: era alocado nos depósitos do governo e administrava a entrada e a saída de víveres; astrônomo, dedicava-se ao calendário, que fora dividido em 3 estações: inundação (akhe), afloramento da terra (peret) e seca (chemu); homem da escrita, registrava em seus papiros os mais diversos acontecimentos dessa sociedade.

Diante desse contexto e desse desenvolvimento destaca-se Euclides. “A história de Euclides é uma história de revolução. É a história do axioma, do teorema, da demonstração, a história do nascimento da própria razão" (MLODINOW, 2005, p. 15).

Como já mencionado no capítulo anterior, Euclides de Alexandria trouxe muitas contribuições para a construção da matemática dos dias atuais. Uma das mais importantes obras de sua autoria é *Os elementos* de 300 a.C.. O que será utilizado para o presente trabalho de pesquisa está no Livro I de Euclides iniciado por vinte e três definições (TAHAN,1983 p. 41). Dessas definições as que se destacam são: o ponto, a linha e a forma.

Para Carvalho (1991, p. 12) "chamam-se elementos fundamentais da geometria, o ponto, a linha e o plano. Este último é um caso particular da superfície". A partir disso, se faz um paralelo com alguns autores sobre suas definições de ponto, linha e forma. Quem melhor traduziu a obra de Euclides *Os elementos* foi o espanhol Dr. Juan David García Bacca. O matemático Malba Tahan[15] as transcreveu e as comentou trazendo algumas contribuições ao passar a pontuá-las. Primeiramente, quanto à definição de ponto: "Ponto é aquilo que não tem partes" (TAHAN, 1983 p. 42).

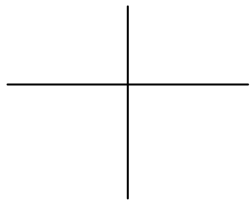


O destaque para essa definição é que ela é negativa. Comentando sobre ela Tahan define-a: "Dentro das concepções modernas diríamos: Ponto é o espaço sem dimensões; ou ainda espaço com zero dimensão. Modernamente o ponto figura entre os conceitos não definidos" (1983, p. 42).

Semelhantemente a Euclides, Tahan não define o "ponto". Vinte e dois séculos depois da definição de Euclides sobre o ponto, Tahan destaca como absurda a definição do Prof. Teodoro Braga, publicado em 1930: "Ponto é o vestígio sem definição alguma" (Ibid.).

[15] Malba Tahan era o pseudônimo do Professor Júlio César de Mello e Souza, que foi, enquanto viveu, o maior matemático do Brasil (LIMA, 2000, p. 45).

Diferentemente das definições anteriores, Carvalho (1991, p. 13) afirma: “O ponto é a intercepção de duas linhas, ou aquilo que é comum a duas porções contíguas de uma linha”.



A diferença entre a definição de Euclides e a de Carvalho é que a segunda tenta tornar prática a definição, para isso é necessário visualizar ou mesmo desenhar o ponto. Tem-se aqui a parte prática mais ainda continua sem uma definição precisa.

Outra definição que a ser trabalhada é a de linha. Tahan (1983, p. 42) assim a define: “Linha é o comprimento sem largura”. Essa definição também não é explicativa. Ela é a segunda definição de Euclides e também é negativa, como a primeira. Para Tahan (Ibid.): “[...] a linha poderia ser considerada como trajetória de um ponto no plano ou no espaço de três dimensões”. Já para Carvalho (1991, p. 12):

> Inicialmente a linha era definida como a extensão unidimensional, mas em face dos axiomas do movimento de G. Peano, a definição de reta passou a ser vazada num conceito essencialmente dinâmico e que a encara como o *conjunto das posições de um ponto móvel.*

Comparando as definições de Tahan e Carvalho a segunda torna-se mais compreensível, porém ainda deve ser interpretada de forma lógica.

Para Souza, espaço metafísico: “[...] é o meio onde se realiza um fenômeno geométrico” (1939, p. 293). Ele passa a descrever também ponto, linha e plano. Para o ponto: se tocar com uma ponta de uma agulha, ou de um lápis bastante fino, sobre uma folha de papel, fazendo um pequeno sinal obtém a imagem aproximada de um ponto geométrico. O ponto geométrico, ou, simplesmente, o ponto não tem dimensão, isto é, não é suscetível de medida (SOUZA, 1939, p. 293).

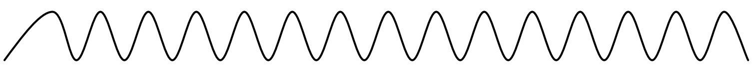
Pode-se ter uma idéia aproximada de um ponto quando se observa um corpo muito pequeno, como um grão de areia, por exemplo. O *ponto* será, portanto, o espaço de *zero dimensões.* No espaço de zero dimensões só pode existir um fenômeno geométrico: o *ponto.*

Ponto geométrico

Como exemplo prático, Carvalho demonstra: “[...] imaginemos um ponto de luz que se desloca no espaço, deixando atrás de si um rastro luminoso. Este seu rastro será então uma linha” (1991, p. 12). Essa comparação torna a definição compreensível. E mais: “Os extremos de uma linha são pontos (TAHAN, 1967, p. 164). De acordo com Proclo, apontado como o primeiro comentarista de Euclides, a definição nº 3 seria: os extremos de uma linha são pontos.[16] Empregava Euclides a palavra *linha* para designar:

> 1. linha ilimitada nos dois sentidos
> 2. linha tendo uma origem, mas não tendo extremidade
> 3. linha tendo origem e tendo extremidade (linha limitada). (TAHAN, 1967, p. 164).

Linha reta



Linha sinuosa

[16] Proclo era filósofo e matemático grego (438 – 485).

E sobre linha reta há a seguinte definição: linha reta é a que repousa igualmente sobre todos os seus pontos (Ibid., p. 165). Esta definição de Euclides foi muito criticada:

> [...] e por essa razão ele comenta sobre a definição do "Padre Manoel de Campos, na sua singularíssima obra didática *Elementos de Geometria Plana e Sólida* (Lisboa, 1735), vai além de Euclides e amontoa, sob a forma de definição, indicações sobre a reta. E escreve: "Linha reta é a que corre diretamente de um termo a outro, isto é, sem torcer por nenhuma parte; ou como diz Arquimedes, a mais breve que se pode tirar entre dois pontos; como diz Platão, cujos pontos extremos fazem sombra ou escondem os intermediários. E conclui: Tudo vem a ser o mesmo. (TAHAN, 1991, p. 12).

Para Rezende e Queiroz (2000, p. 15), professoras de graduação de Geometria Plana e Desenho Geométrico da Unicamp destacaram os postulados 1, 2 e 3, conhecidos como postulados de incidência de Euclides, quando ministraram suas disciplinas:

- Postulado 1. Dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém.
- Postulado 2. Em qualquer reta estão no mínimo dois pontos distintos.
- Postulado 3. Existem pelo menos três pontos distintos não colineares.

Seguidos do seguinte comentário: Em outras palavras, os postulados 1, 2 e 3 nos dizem que toda reta contém pelo menos dois pontos distintos e que nem todos os pontos são colineares.

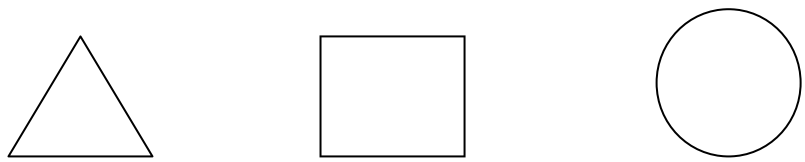
As professoras da Unicamp quando ministraram essa aula tornaram atual e compreensível os postulados de Euclides que se referem à reta. Ainda na tentativa de dar uma definição para tais elementos, Souza descreve linha e reta (1939, p. 294):

> Se fizermos a ponta de uma lápis deslocar-se tocando sobre uma folha de papel vamos obter uma linha. Dizemos, então, que um ponto, quando se desloca, descreve uma linha. Essa linha será descrita ou gerada por esse ponto. A linha descrita por um certo ponto é também denominada trajetória desse ponto. Devemos admitir que as linhas, a que nos referimos em Geometria, não têm largura, nem espessura: apresentam apenas uma dimensão: o comprimento.

Sempre no método de comparação, tornam-se compreensíveis tais definições. Continua-se no mesmo raciocínio quando Souza descreve a reta:

> A mais simples de todas as linha é a reta. Um fio perfeito de seda, bem esticado, dá-nos uma idéia aproximada da linha reta. A linha reta é abreviadamente denominada *a reta.* A reta será o espaço sem dimensão. (Ibid., p. 294).

Entre as definições de Euclides não achamos exatamente uma para a “forma”, Por esta razão uma definição que mais de aproxima do nosso objetivo é a da figura (TAHAN, 1983 p. 46). Figura é aquilo que é compreendido por um limite ou por vários (Ibid., p. 45). Quando Euclides faz essa definição é porque ele “[...] considerava figuras (triângulos, quadriláteros, círculos, etc.) como elementos comparáveis, isto é, entre os quais é possível estabelecer-se a igualdade da soma.” (Ibid., p. 46, 47):



Triângulo Quadrado Círculo

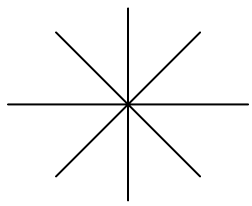
Carvalho dá a seguinte definição para figura: chama-se figura geométrica, a todo conjunto de pontos ou de elementos, como linhas, planos, superfícies, e que são por seu turno conjuntos de pontos isolados ou combinados entre si (1991, p. 13).

Para definir figura o autor usa todos os outros elementos acima definidos tornando claro uma seqüência lógica para a sua construção. Mas, Carvalho também tem uma definição para forma que é o que nos interessa nessa pesquisa (1991, p. 13):

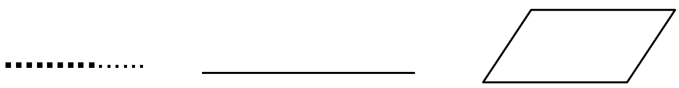
> Sendo forma o aspecto exterior das coisas, podemos dizer que *formas geométricas* são os conjuntos contínuos de um número infinito de elementos (pontos retas ou planos) em alguns dos quais se pode supor contida uma figura geométrica.

Dessa maneira, dentro da forma encontra-se a figura geométrica que foi construída pelos elementos: ponto e linha. Seguindo o mesmo raciocínio, Carvalho também define forma e a divide em três categorias, devido aos “elementos fundamentais que são chamados de formas fundamentais”. Tais categorias ficam assim definidas (CARVALHO, 1991, p. 13-14):

> *Primeira categoria*: a ela pertencem aquelas que se constituem de elementos de uma só espécie, como a *série retilínea* que é o conjunto de todos os pontos contidos em uma reta que se denomina *base* de série. Ainda nesta seção está o feixe de raios ou as formas irradiantes planas, das quais o plano é a *base do feixe* e o ponto o *centro do feixe*. Também se enquadra nesta categoria, o *feixe de planos* ou o conjunto de todos os planos que passam por uma reta.

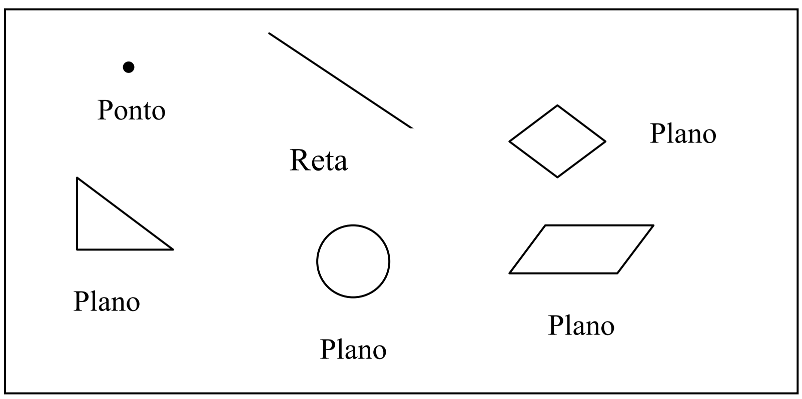


> *Segunda categoria*: constituída pela que apresentam elementos de duas espécies como sejam pontos e retas ou retas e planos.



Pontos Reta Plano

> *Terceira categoria*: aqui estão as formas fundamentais: o *espaço pontuado* constituído por todos os pontos do espaço e o *espaço de planos* formado pelos infinitos planos de espaço. O *espaço regrado* é considerado de categoria superior.



Analisando alguns livros didáticos pude observar que não se encontram definições para ponto, linha e forma (IEZZI; DOLCE e MACHADO, 2000, p. 87) e (SILVEIRA e MARQUES, 1996, p. 208). Isso deixa claro que hoje não são importantes tais definições. Boyer , também opina sobre tais definições (1999, p. 72):

> [...] o primeiro livro começa abruptamente com uma lista de vinte e três definições. A deficiência, aqui, é que algumas definições não definem, pois, não há um conjunto prévio de elementos não-definidos em termos dos quais os outros sejam definidos. Assim, dizer como Euclides, que "um ponto é o que não tem parte", ou que "uma reta é comprimento sem largura", ou que "uma superfície é o que tem apenas comprimento e largura" não é definir esses entes, pois uma definição deve ser expressa em termos de coisas precedentes, que são melhor conhecidas que as coisas definidas.

Essas "definições" de ponto, linha e figura (forma) na matemática estão dentro da geometria. Para Fainguelernt (1999, p. 20): "[...] a geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos". E ainda acrescenta que uma "[...] parte da matemática que está intimamente ligada à realidade é a geometria" (Ibid.). Sendo assim a dedução de tais elementos geométricos torna-se fundamental para a sua compreensão.

Segundo Machado (1993, p. 137): "[...] com os trabalhos de Euclides, a geometria logrou uma notável sistematização, tornando-se modelo de organização do conhecimento em qualquer área".

Como a preocupação de Euclides não era explicar tais elementos e sim, sistematizar o que matemáticos antes dele tinham escrito, como foi o caso de Pitágoras, muitos matemáticos modernos não concordavam com alguns dos seus escritos, porém, os utilizaram para discordar deles.

Segundo Boyer (1999), Hilbert, (1862–1943), que trabalhou na Strasbourg - Sociedade Matemática Alemã - por quase meio século, conferenciava sobre a geometria não-euclidiana. Hilbert afirmou:

> Os Elementos de Euclides tinham uma estrutura dedutiva, certamente, mas estavam cheios de hipóteses ocultas, definições sem sentido e falhas lógicas. Hilbert percebeu que nem todos os termos em matemática podem ser definidos e por isso começou seu tratamento da geometria com três objetos não definidos – ponto, reta e plano – e seis relações não definidas – estar sobre, estar em, estar

> entre, ser congruente, ser paralelo e ser contínuo. Em lugar dos cinco axiomas (ou noções comuns) de Euclides e cinco postulados, Hilbert formulou para sua geometria uma coleção de vinte e um postulados, conhecidos como axiomas de Hilbert. (apud BOYER, 1999, p. 424).

A geometria não-euclidiana foi escrita para provar que muito do que Euclides escreveu continha falhas ou tornava-se impossível sua demonstração. O que Hilbert e outros matemáticos não conseguiram entender é que "o espaço da geometria euclidiana é um *espaço plástico* e nada tem a ver com R^3 que é um símbolo criado pelo Ocidente para o *espaço musical e abstrato* que lhe é próprio" (LINTZ, 1999, p. 132). Hilbert na sua tentativa de demonstrar o que Euclides não demonstrou reduziu a noção de figura à teoria dos conjuntos. Conforme Lintz (1999, p. 133): "[...] a noção de *figura geométrica* é irredutível à teoria dos conjuntos e, portanto, o conceito de demonstração na geometria é essencialmente diferente do considerado na matemática do Ocidente". Pode-se perceber que o foco dos dois matemáticos, Euclides e Hilbert, é diferente: um refere-se ao espaço plástico o outro à teoria dos conjuntos, mediante a divergência cultural.

Depois que Hilbert escreveu seus axiomas, muitos outros foram propostos e a partir do século vinte ficou estabelecido: "O caráter puramente dedutivo e formal da geometria" (BOYER, 1999, p. 424). A contribuição de Hilbert passa a ser muito importante e produz mudanças para a geometria. Boyer (p. 425) declara:

> O nível intuitivo-empírico das antigas concepções geométricas deve ser abandonado e pontos, retas e planos devem ser entendidos apenas como elementos de certos conjuntos dados.

Partindo desse parecer os elementos: ponto, linha e plano passam a fazer parte da teoria dos conjuntos, contrariando as definições euclidianas que estão dentro do espaço plástico. Por causa deste novo conceito da geometria entre matemáticos e educadores matemáticos, "[...] existe um consenso de que o ensino da Geometria deveria começar desde cedo (educação infantil) e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de Matemática" (FAINGUELERNT, 1999, p. 21)

O que se vê, muitas vezes, é uma matemática fragmentada, separando-se Aritmética, Álgebra, Análise e Geometria, além de ser uma matéria isolada, não se interdisciplinando com nenhuma outra.

Com o presente trabalho de pesquisa propõe-se a relação entre a Arte e a Geometria fazendo um trabalho interdisciplinar nessas áreas de conhecimento desfragmentando, quem sabe, a própria matemática. A seguir serão definidos os mesmos elementos: ponto, linha e forma através da linguagem visual em arte.

Capítulo 4
4 ELEMENTOS DA LINGUAGEM VISUAL

Na arte, os elementos ponto, linha e forma podem ser identificados como a constituição da "substância básica daquilo que vemos" (DONDIS, 1997, p. 51). Ao discorrer sobre os elementos da linguagem visual é antes necessário descrever a linguagem propriamente dita. Segundo Santaella (2005, p. 11 -12):

> Quando falamos em linguagem queremos nos referir a uma gama incrivelmente intrincada de formas sociais de comunicação e de significação que inclui a linguagem verbal articulada, mas absorve também, inclusive, a linguagem dos surdos-mudos, o sistema codificado da moda, da culinária e tantos outros. Enfim: todos os sistemas aos quais o desenvolvimento dos meios de reprodução de linguagem propiciam hoje uma enorme difusão.

Para Santaella, a linguagem é todo meio de comunicação existente e ainda mais:

> [...] de todas as aparências sensíveis, o homem – na sua inquieta indagação para a compreensão dos fenômenos – desvela significações. É no homem e pelo homem que se opera o processo de alteração dos sinais (qualquer estímulo emitido pelos objetos do mundo) em *signos* ou *linguagens* (produtos da consciência). Nessa medida, o termo linguagem se estende aos sistemas aparentemente mais inumanos como as linguagens binárias de que as máquinas se utilizam para se comunicar entre si com o homem (linguagem do computador, por exemplo), até tudo aquilo que, na natureza, fala ao homem e é sentido como linguagem. Haverá, assim, a linguagem das flores, dos ventos, dos ruídos, dos sinais de energia vital emitidos pelo corpo e, até mesmo, a linguagem do silêncio. Isso tudo, sem falar do sonho que, desde Freud, já sabemos que também se estrutura como linguagem. (Ibid., p. 11-12).

Mediante este relato sobre a linguagem passa-se agora para o mundo da linguagem visual. Segundo Wong (2001) a linguagem visual constitui a base de criação do desenho. O desenhista pode ter conhecimento de regras ou conceitos que o ajudariam na organização visual ou simplesmente trabalhar sem esse conhecimento. "A linguagem visual não tem nenhuma lei evidente" (WONG, 2001, p. 41). Mas existem alguns elementos da linguagem visual que Wong define como ponto:

> Um ponto indica posição. Não tem comprimento nem largura. Não ocupa nenhuma área ou espaço. É o início e o fim de uma linha e

> está onde duas linhas se encontram ou se cruzam (WONG, 2001, p. 42).

O autor faz uma definição precisa e fundamental para ser utilizada pela linguagem visual. Já para Kandinsky (1997, p. 17) o ponto geométrico não aparece, é um ser invisível, imaterial. E quando aparece o ponto é igual à zero. “O ponto na escrita pertence à linguagem e significa silêncio”. Na Arte a noção de ponto quando se materializa ocupa um espaço, um lugar na superfície do plano. Quando kandinsky (1996, p. 62) dá sua 9ª aula no curso da Bauhaus ele define como ponto geométrico:

> Ponto geométrico = interseção invisível de três planos = 0 (zero) = origo = (começo, origem). O ponto místico = segredo maçônico, isto é, o grande no infinitesimal = divindade = infinito, todo poderoso no menor de todos os símbolos = elemento original, nascimento, começo. Na prática da pintura = elemento original, de quem decorre todos os outros elementos da pintura. A expressão material para o invisível geométrico. Três propriedades que o definem e que são variáveis:
> 1. a dimensão,
> 2. a forma (limites externos),
> 3. a cor.

Relacionando o que essas propriedades têm com o plano observa-se uma identificação, segundo Kandinsky “essas três propriedades são idênticas às do plano (logo, nenhuma diferença qualitativa entre forma gráfica e pictórica, mas quantitativa” (KANDINSKI, 1996, p. 62). Nesse caso, a definição para ponto é: “[...] noção relativa, isto é: a menor forma num plano dado (plano original)” (Ibid.). Conclui-se que, quanto a forma não há diferença, porém, quanto ao tamanho existe a diferença: um ponto é a menor forma existente no plano.

Kandinsky ainda enfatiza essas três propriedades: “dimensão, forma e cor, compõem tantas possibilidades apropriadas que o ponto sozinho pode bastar para as expressões mais complexas” (Ibid.,p. 62).O ponto não está presente somente nas artes gráficas. Nota-se sua presença e funcionalidade em outras artes. Kandinsky faz a seguinte observação com relação a elas:

> *Música*: o piano = nada mais que pontos que podem produzir linhas curtíssimas, o triângulo, a harpa, o tímpano, *pizzicato* (por exemplo: 1 violino = linha, 2 violino = ponto).
> *Poesia:* sistema métrico, censuras, relato ritmado.
> *Arquitetura:* exemplos flagrantes: a China, o gótico, mas também os marabus (semi-esfera sobre um cubo, 4 pontos agudos). Rococó, barroco (linha composta em pontos).

> *Dança:* balé clássico, as pontas (linhas construídas sobre pontos), o homem (salto para o ponto, indicação do ponto pelas pontas dos pés). Dança moderna.
> *Escultura:* próxima da arquitetura (arte negra, barroca, clássica, hoje: Mataré e Gabo).
> *Tensão:* essencialmente concêntrica, evidente comparada às tensões da linha e do plano.
> Forma de expressão mais concisa, incrustando-se, mantendo-se (perdendo o equilíbrio exclusivamente sob a influência de ao um choque externo; então o ponto desaparece e a linha produz); união do "silêncio" e da "palavra", a calma mais total.
> *Ponto:* retrai-se constantemente (tensão concêntrica), mas age a grande distância sobre todas as formas, fazendo-as vibrar (tensão excêntrica). Logo, simultaneamente da concêntrica.
> *O aumento da tensão excêntrica* depende de três fatores: dimensão, forma, cor. São possíveis infinitas variantes.
> *O ponto musical:* triângulo, piano, harpa, xilofone, tímpano. (Ibid., p. 63).

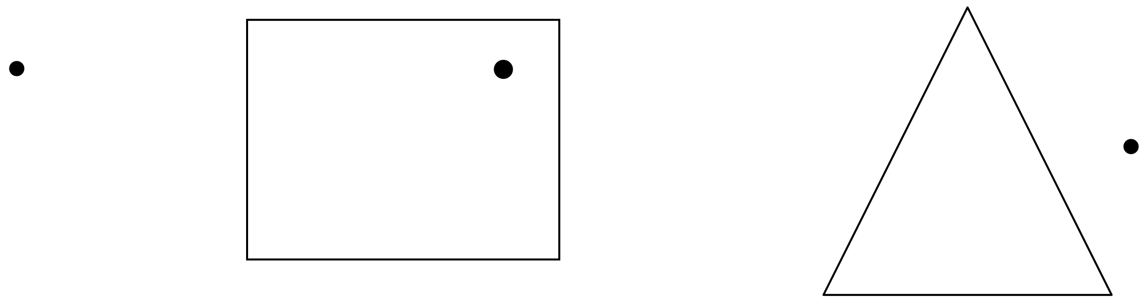
E na Arte gráfica vemos com mais evidência o uso do ponto. A sua utilidade é de diversas formas e dimensões proporcionando inúmeras criações e muito distintas (KANDINSKY, 1997). Detendo-nos mais nas artes gráficas Kandinsky fala das qualidades específicas dos processos gráficos:

1. a gravura em metal, em espiral a ponta-seca,
2. a xilografia e
3. a litografia

Ele conclui que "a maneira como é criado o ponto mostra com nitidez as diferenças entre esses três processos" (KANDINSKY, 1997, p. 36 e 37). Desenvolvendo ainda o paralelo com alguns autores sobre a definição do ponto, temos também a participação de Dondis (1997), professora de comunicação na *Boston University School of Communication* e diretora do *Summer Term Public Communication Institute*, na mesma instituição:

> O ponto é a unidade de comunicação visual mais simples e irredutivelmente mínima. Quando qualquer material líquido é vertido sobre uma superfície, assume uma forma arredondada, mesmo que esta não simule um ponto perfeito. Quando fazemos uma marca, seja com tinta, com uma substância dura ou com um bastão, pensamos nesse elemento visual como um ponto de referência ou um indicador de espaço (DONDIS, 2000, p. 53).[17]

[17] Qualquer ponto tem grande poder de atração visual sobre o olho, exista ele naturalmente ou tenha sido colocado pelo homem em resposta a um objetivo qualquer (fig. 3.1) op. cit.

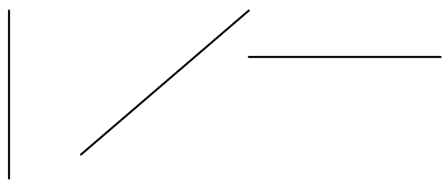


Outro elemento com destaque nesta pesquisa é a linha. Wong assim a define:

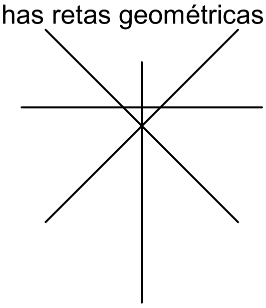
> À medida que um ponto se move, sua trajetória se torna uma linha. Uma linha tem comprimento, mas não tem largura. Tem posição e direção. É limitada por pontos. Forma a borda de um plano (WONG, 2001, p. 42).

O autor define a linha com simplicidade da mesma maneira que seria utilizada nas artes gráficas. Já Kandinsky faz uma reflexão diferente. Semelhantemente ao ponto, para Kandinsky (1997, p. 49) a linha geométrica é um ser invisível. Ele melhor define quando fala: A linha é, pois, o *maior contraste* do elemento imaginário da pintura, que é o ponto. Na verdade, a linha pode ser considerada um elemento secundário. Kandinsky diz que a linha reta tem tensão e direção. Existem três tipos de linhas (1997, p.50 e 51):

1. A linha horizontal definida como base de apoio fria.
2. A linha externa e interna onde se encontra o ângulo reto construído pela linha vertical, dá-se o encontro do frio com o quente.
3. A linha diagonal que se tendência tanto para a horizontal como diagonal logo a forma mais concisa das infinitas possibilidades de movimentos frio-quentes.



Arquétipos das linhas retas geométricas (KANDINSKY, 1997, p. 51).



Esquema dos arquétipos (KANDINSKY, 1997, p. 51).

As linhas retas livres é a diferença entre as diagonais e as linhas semidiagonais. Essas linhas nunca chegam a se equilibrar entre quente e frio. Segundo KANDINSKY (1997, p. 53) essas linhas estão classificadas em duas categorias:

a) Com centro comum
b) Sem centro comum

As linhas retas livres com centro comum são quando há um ponto limitado num plano. Já as linhas retas livres sem centro comum ficam soltas, sem aderência. Kandinsky (1977, p. 56) faz um paralelo entre as linhas e as cores ficando assim:

Forma gráfica	Forma pictórica
Linhas retas	Cores primárias
1. Horizontal	Preto
2. Vertical	Branco
3. Diagonal	Vermelho (ou cinza ou verde)
4. Linha reta livre	Amarelo e Azul

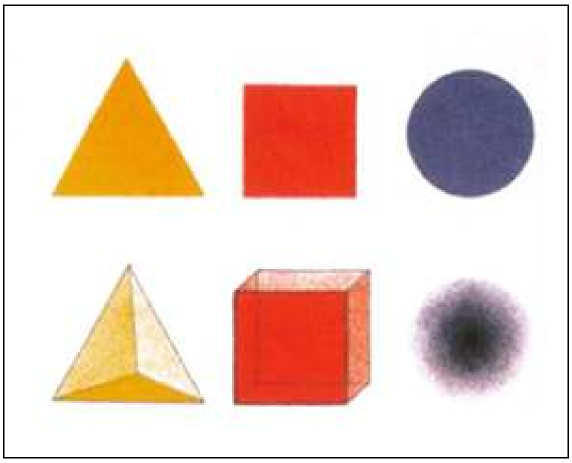


Figura 11. Paralelo de linhas e cores (KANDINSKY, 1977, p. 56).

Concluindo, o autor se expressa: “O caráter da linha encontra uma transposição mais ou menos precisa na linguagem das outras artes” (KANDINSKY, 1977, p. 56). Para exemplificar, tem-se:

> *A linha musical:* linha fina = violino, flauta, flautim; linha mais larga = viola, clarineta, e cada vez mais larga = contrabaixo, tuba. No órgão = todas as linhas.
> Do *pianíssimo ao fortíssimo* = precisão de clareza da linha.
> Pressão sobre o arco = pressão sobre a ponta.
> A música escrita = *pontos* + linhas.
> *Linha* espiritual: idéia = impulsão, evolução consciente (luz ao longe = andar da lagarta, olhar circular, definição, "clara" perspectiva histórica.
> *Linha lógica:* a = b, b = c, logo a = c (lagarta). Positivo-negativo por exclusão, ou redução ad absurdum. (KANDINSKY, 1997, p. 63-64).

Dondis (1997, p. 55) também faz dá contribuição relevante:

> Quando os pontos estão tão próximos entre si que se torna impossível identificá-los individualmente, aumenta a sensação de direção, e a cadeia de pontos se transforma em outro elemento visual distintivo: a linha (fig. 3.09). Também podemos definir a linha como um ponto em movimento, ou como a história do movimento de um ponto, pois, quando fazemos uma marca contínua, ou uma linha, nosso procedimento se resume a colocar um marcador de pontos sobre uma superfície e movê-lo segundo uma determinada trajetória, de tal forma que as marcas assim formadas se convertam em registro (fig. 3.10).

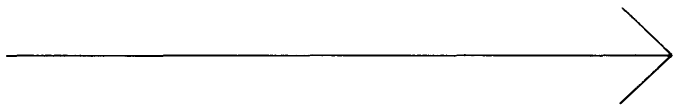


FIGURA 3.9

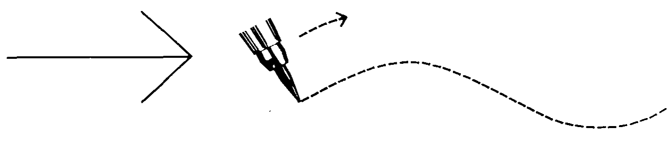


FIGURA 3.10

A linha tem definições distintas e utilidades diversas em diversos segmentos. Segundo Dondis (1997, p. 56):

> Nas artes visuais, a linha tem, por sua própria natureza, uma enorme energia. Nunca é estática; é o elemento visual inquieto e inquiridor do esboço. Onde quer que seja utilizada, é o instrumento fundamental da pré-visualização, o meio de apresentar, em forma palpável, aquilo que ainda não existe, a não ser na imaginação. Dessa maneira, contribui enormemente para o processo visual. Sua natureza linear e fluida reforça a liberdade de experimentação. Contudo, apesar de

> sua flexibilidade e liberdade, a linha não é vaga: é decisiva, tem propósito e direção, vai para algum lugar, faz algo de definitivo.

Além das artes visuais tem-se também a sua definição e utilidade na arte do desenho:

> A linha é o elemento essencial do desenho, um sistema de notação que, simbolicamente, não apresenta outra coisa, mas captura a informação visual e a reduz a um estado em que toda informação visual supérflua é eliminada, e apenas o essencial permanece. Essa sobriedade tem um efeito extraordinário em desenhos ou ponta-secas, xilogravuras, águas-fortes e litografias (DONDIS, 2000, p. 56).

Algo importante de ressaltar é que para um pintor os elementos visuais não são mortos, mas todos têm um significado ou um sentimento. "A linha pode assumir formas muito diversas para expressar uma grande variedade de estados de espírito" (DONDIS, 1997, p. 57). Quem melhor exemplifica essas formas variadas que a linha pode assumir é Dondis:

> Pode ser muito imprecisa e ondulada, ou nítida e grosseira, nas mãos do mesmo artista. Pode ser hesitante, indecisa e inquiridora, quando é simplesmente uma exploração visual em busca de desenho. Pode ser ainda tão pessoal quanto um manuscrito em forma de rabiscos nervosos, reflexo de uma atividade inconsciente sob a pressão do pensamento, ou um simples passatempo (1997, p. 57).

Outro elemento da linguagem visual é a forma. Wong assim a define:

> [...] os elementos conceituais não são visíveis. Assim, ponto, linha, plano quando são visíveis, se tornam forma. Pontos, linhas ou planos visíveis são formas no sentido verdadeiro, embora formas enquanto pontos ou linhas continuem a ser chamadas simplesmente de pontos ou linhas na prática comum (WONG, 2001, p. 45).

Aqui o autor faz uma relação dos planos visíveis no sentido de serem forma justamente aonde esta pesquisa enfatiza. Ainda com uma definição mais precisa, Wong diz:

> Em sentido amplo. Tudo o que é visível tem forma. Forma é tudo o que pode ser visto – tudo o que tenha formato, tamanho, cor e textura, que ocupe espaço, marque posição e indique direção. (WONG, 2001, p.138)

Disse Arnheim "Forma é a configuração visível do conteúdo, escreveu o pintor Ben Shahn" (2005, p. 90). A identidade de um objeto visual depende, como já foi mostrado, não tanto da sua configuração como tal, mas do esqueleto estrutural criado por ela. Expressando-se mais enfaticamente sobre a representação visual Arnheim (2005, p. 107) manifesta-se:

> A força de toda representação visual origina-se fundamentalmente das propriedades inerentes ao meio e apenas secundariamente daquilo que elas sugerem por vias indiretas. Assim a solução mais verdadeira e efetiva é representar a quadrangularidade por meio de um quadrado. Não há dúvida de que abandonar esta espontaneidade de representação a arte oriental sofreu uma séria perda. Agiu assim em troca de novas atitudes do realismo e expressão, que eram mais importantes aos que desenvolviam a arte da perspectiva, do que as qualidades a que tinham que renunciar.

Ainda quando o autor fala do aspecto que queremos enfatizar em nossa pesquisa, o geométrico, ele afirma:

> Geometricamente, todas as projeções envolvem escorço, porque todas as partes do corpo não paralelas ao plano de projeção são mudadas em suas proporções ou desaparecem parcial ou completamente (Ibid., p. 109).

“As artes do escorço e da perspectiva são uma e a mesma coisa [...]”(p. 109). Para Fontoura (1982, p. 7-8) forma “[...] é a configuração dos limites externos da matéria de que é constituído um corpo. Forma se refere aos aspectos espaciais dos objetos, principalmente em relação a seus limites”

“A forma é tão ampla quanto à própria forma de tratá-la. A forma é complexa; se para Bruno Munari está carregada de perturbações semânticas” (MUNART, 1974, p. 123). Para Rudolf Arnheim, se apresenta como uma das características dos objetos, principalmente de ordem psicológica” (1969, p. 32). Para Fontoura, é importante pontuar:

> Eliminando-se os conceitos que nos dizem onde e como estão os corpos, a forma se refere aos aspectos espaciais dos objetos principalmente em relação a seus limites. Os tridimensionais são limitados por superfícies bidimensionais, os bidimensionais por segmentos lineares ou curvilíneos e os segmentos por pontos. No entanto, existem formas cujos limites nos são fornecidos pela idéia de interior. Exterior e interior são outras possibilidades de construir a forma dos objetos. É evidente que o aspecto do objeto não se determina apenas pela imagem que impressiona o olho, nem tão pouco, pelos seus limites [...]. (FONTOURA, 1982, p. 8).

As formas que são enfatizadas nessa pesquisa são as planas, mais precisamente o quadrado, triângulo e círculo. Sobre elas Fontoura (1982, p. 9) tece o seguinte comentário relevante:

> Estas mesmas formas básicas formaram a tríade na Bauhaus, proposta por Gropius, Schlemer, Klee, Kandinsky e outros. Johannes Itten, também professor da Staatlicles Bauhauus in Weimar, assim se expressou: “Todas as linhas e todos os planos que podemos imaginar, podem ser derivados como composição de um, dois ou três destes caracteres formais elementares. Nas três formas se conformam três mundos: 1) o mundo material do pesado, do seguro no quadrado; 2) o mundo espiritual dos sentimentos, da mobilidade, do etéreo e do escoamento do aguado no círculo; 3) o mundo intelectual da lógica, da concentração, da luz, do fogo no triângulo. As três formas básicas, o quadrado, triângulo e o círculo, são caracterizadas pelas quatro direções de espaço distintos entre si. O caráter do quadrado é horizontal e vertical, o caráter do triângulo é diagonal e o caráter do círculo é circular.

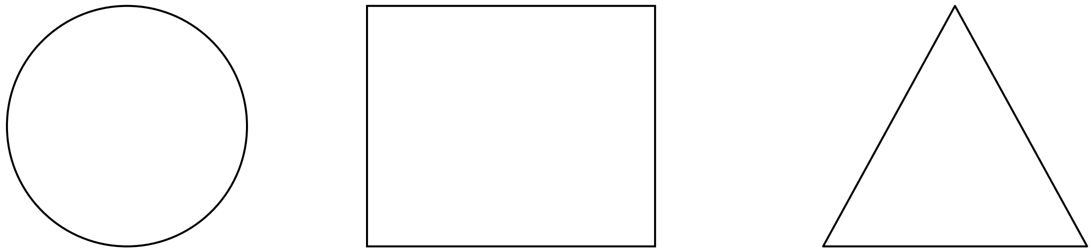
Este comentário consegue dar sentimento e sentido as formas primárias destacadas nesta pesquisa. Sentimento quando fala do “seguro” do quadrado, da “mobilidade” do círculo e da “concentração” do triângulo. Do sentido do quadrado quando se refere ao horizontal e vertical, do triângulo quando se refere a diagonal e do círculo quando se refere ao circular.

A forma é encontrada na natureza nos mais variados objetos ou coisas. As plantas têm formas geométricas. Os animais constroem seu habitat geometricamente, tornando uma verdadeira obra de arte. O alvéolo da abelha pode ser tomado como exemplo simples. Não que as abelhas fossem dotadas por um raciocínio lógico, matemático para construírem alvéolos hexagonais perfeitos. “[...] sabemos que a verdadeira forma do alvéolo é devida à ação automática das forças físicas”, expressa Read (2001, p. 19).

Para economizar espaço, material e armazenar o maior volume possível às abelhas fazem “pequenas taças redondas tão próximas uma das outras quanto possível”. (READ, 2001, p. 20). Pela espessura da parede do alvéolo e a temperatura adquirida pela fabricação ao se encostarem vão tomando forma de hexágono. Portanto, não é a capacidade lógica matemática que a abelha possui, mas simplesmente uma “ação automática das forças físicas”. Como Read mesmo disse: semelhantemente as bolas de sabão quando aglutinadas numa tigela de vidro adquirem a forma de “alvéolos hexagonais à medida que suas superfícies entram em contato e pressionam umas às outras” (Read, 2001, p. 20).

Desbravam-se ainda outros pensamentos sobre a forma e deparam-se com a definição de Dondis (1997, p. 57, 58 – Figura 3.13):

> A linha descreve uma forma. Na linguagem das artes visuais, a linha articula a complexidade da forma. Existem três formas básicas: o quadrado, o círculo e o triângulo eqüilátero. Cada uma das formas básicas (fig. 3.13) tem suas características específicas, e a cada uma se atribui uma grande quantidade de significados, alguns por associação, outros por vinculação arbitrária, e outros, ainda, através de nossas próprias percepções psicológicas e fisiológicas.



Ao observar tais figuras nem sempre se sente alguma emoção. Para Fontoura a experiência foi diferente como já relatado acima e para Dondis cada uma delas também tem um significado: “Ao quadrado se associam enfado, honestidade, retidão e esmero; ao triângulo, ação, conflito, tensão; ao círculo, infinitude, calidez, proteção” (1997, p. 58).

Enfatizando cada definição, Dondis (1997) descreve cada forma citada de uma maneira muito simples e prática: Todas as formas básicas são figuras planas e simples, fundamentais, que podem ser facilmente descritas e construías, tanto visual quanto verbalmente. O quadrado é uma figura de quatro lados, com ângulos retos rigorosamente iguais nos cantos e lados que têm exatamente o mesmo comprimento (fig. 3.14).

O círculo é uma figura continuamente curva, cujo contorno é, em todos os pontos, eqüidistantes de seu ponto central (3.15). O triângulo eqüilátero é uma figura de três lados cujos ângulos e lados são iguais (fig. 3.16). A partir de combinações e variações infinitas dessas três formas básicas, derivamos todas as formas físicas da natureza e da imaginação humana (fig. 3. 17):

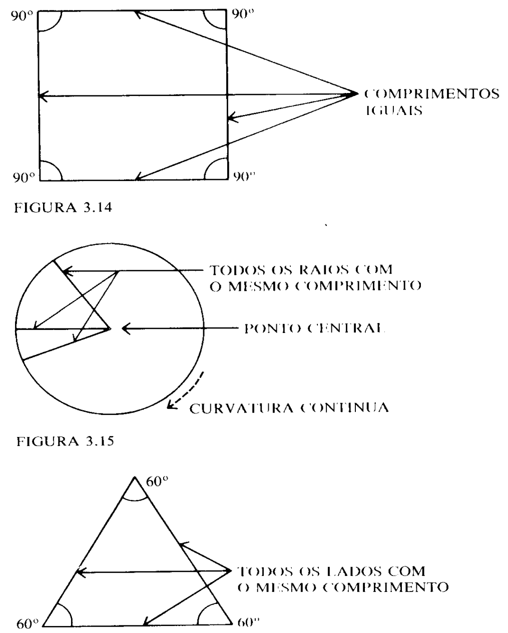


FIGURA 3.14

FIGURA 3.15

FIGURA 3.16

A partir das figuras básicas: quadrado, círculo e triângulo podem ser construídas todas as outras encontradas na natureza. Têm-se alguns poucos exemplos a seguir, apenas para visualizar-se tais figuras:

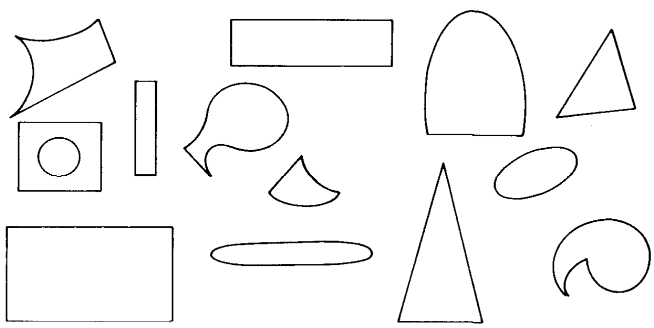


FIGURA 3.17

Ainda com relação ao plano, quando Kandinsky (1996, p. 62) faz a relação entre forma gráfica e pictórica, deixando subentendido que a imitação do que já existe inventado pela própria natureza, define o seguinte sobre forma: “Depende da ferramenta e da vontade (em função do material de que as ferramentas fazem parte), o absurdo de querer imitar uma matéria = limitação de que leva ao enriquecimento”.

Sendo assim definidos o ponto, reta (no que se refere à linha) e plano (no que se refere à forma) no próximo capítulo relacionar-se-á na arte e matemática tais elementos de forma que identifique-se uma aproximação, para não falar, uma intimidade entre as áreas de conhecimento: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias ao ponto de poder trabalhar de forma interdisciplinar com as disciplinas: Arte e Matemática.

Capítulo 5
5 FUNDAMENTOS DE CONVERGÊNCIA NOS ENSINOS DE ARTE E MATEMÁTICA

Depois de discorrer sobre as definições de ponto, linha e forma segundo Euclides, Klee, Kandinsky e outros, neste capítulo é trabalhado sobre os fundamentos de convergência nos ensinos das áreas de conhecimento de Ciências da Natureza e suas Tecnologias na disciplina de Matemática, Códigos, Linguagens e suas Tecnologias na disciplina de Arte, especificamente na geometria, que vêm contribuir muito com o ensino e aprendizagem dos nossos currículos escolares.

Pertinente é iniciar pelos primórdios da civilização humana onde se encontram registros dos elementos matemáticos artisticamente desenhados em cavernas (EVES, 2004, p. 22). A natureza fazia parte desses registros e caminhando um pouco mais na história encontramo-nos com os gregos, pois, "foram os primeiros a perceber que a natureza poderia ser entendida usando-se a matemática – que a geometria poderia ser aplicada para revelar, não apenas para descrever" (MLODINOW, 2005, p.15).

De uma maneira muito simples e prática "desenvolvendo a geometria a partir de descrições simples de pedra e areia, os gregos extraíram as idéias de ponto, linha e plano" (Ibidem, 2005, p.15) e sãos essas mesmas idéias que se relacionam nessas áreas de conhecimento nas disciplinas arte e geometria a partir de agora. De lá para cá a humanidade desenvolveu-se matemática e artisticamente.

Para estabelecer a convergência nos ensinos dessas duas áreas de conhecimento destaca-se o Movimento Modernista e com ele os pintores Kandinsky (1925), Mondrian (1937), Klee (1979), que expressaram a linguagem da arte por meio de elementos matemáticos. [18]

Segundo Rizolli (2005, p. 71):

[18] O termo elementos é o mesmo usado por Boyer (1999, p. 72) quando se refere ao ponto, linha e superfície.

> O movimento moderno é progressista. A nova arte deve ser revolucionária e inovadora. Deve promover uma renovação substancial na linguagem (como indispensável para a renovação das idéias).

Focaliza-se então na pintura abstrata ou não-figurativa do século 19, onde evidentemente encontra-se tal convergência. Bonfand fundamenta essa idéia (1994, p. 13):

> A abstração com a qual nos ocupamos aqui é completamente outra. Tal processo, no qual a geometria encontra ou reencontra sua origem, mereceria ser chamada de *ideação,* na medida em que cria um ser novo, ideal, mais do que reduz em fragmento do real. Essa abstração ou ideação, de Mondrian, invariavelmente, de Malevitch e também de Kandinsky, tem seu ponto de partida no mundo e a ele volta como o seu fundamento e a sua raiz.

O sentido de "ideação" como criação, para o autor não se refere a algo novo não existente no mundo, mas algo diferente, não explorado por outros autores, sendo reproduzido por Mondrian, Malevitch e Kandinsky, como pioneiros dessa arte abstrata. Para Rizolli (2005, p. 72):

> Na arte abstrata, acredita-se no poder da linguagem. Esteja ela na percepção diferenciada do artista, na concepção inventiva da obra de arte, na observação crítica do espectador. A arte abstrata provoca uma emergência criativa em que prevalece a estruturação pictórica sobre a experiência visual. Bem assim: visão mental x olhar físico.

Para Lintz (1999) o grande equívoco dos matemáticos atuais ao interpretarem a obra de Euclides "Os Elementos" é analisá-la separadamente de sua cultura. Para ele, a obra foi escrita para os gregos e se engana quando "motivado pela eterna mania de olhar os fatos de uma cultura com olhos do Ocidente" tenta-se amoldá-la a um contexto culturalmente diferente. Para entendermos melhor, Lintz explica:

> Agora, no Ocidente, não se faz outra coisa senão analisar o *organograma* da matemática grega adicionando o prejuízo de querer reduzi-lo ao *organograma* da matemática do Ocidente. Assim, num abrir e fechar de olhos, problemas de fundamentos da geometria se reduziram a problemas de teoria de conjuntos e, deste modo, destruiu-se para sempre a possibilidade de entendermos a obra de Euclides como produto da cultura grega. (LINTZ, 1999, p. 116).

Para Lintz ainda, não há condições de interpretá-la, de ser inteligível a não ser "dentro da noção de *espaço plástico*, oposto ao *espaço musical* da teoria dos conjuntos". (Ibid., p. 116). Iniciando-se a comparação dos elementos matemáticos e artísticos no que se refere à geometria, sendo o primeiro deles o ponto, Wick comenta sobre o assunto (1989, p. 285):

> Do ponto de vista plástico, o ponto é “o resultado do primeiro contato da ferramenta com a superfície material, com o plano”. Esse choque entre a ferramenta e o plano implica que o ponto, invisível e imaterial na matemática, cuja existência se resume a um construto abstrato, adquire uma certa grandeza e um certo contorno de sua materialização plástica, de sorte a se distinguir de, e a de delimitar frente a seu meio circundante.

Para que haja a relação matemática e artística do elemento: ponto, o matemático Lintz (1999, p. 117) reforça que a definição de Euclides é *plástica*:

> A palavra ponto, em grego $\sigma\eta\mu\varepsilon\iota o\upsilon$, quer dizer *marca, sinal visível*, nada tem a ver com *elementos de um conjunto.* Portanto, a definição acima significa simplesmente que o ponto é uma *marca* ou sinal visível do qual pressupomos que não pode ser dividido em duas outras *marcas*, isto é, não pode ser decomposto em partes.

A partir daí, destaca-se a seguinte obra de Kandinsky que dá ênfase ao ponto:

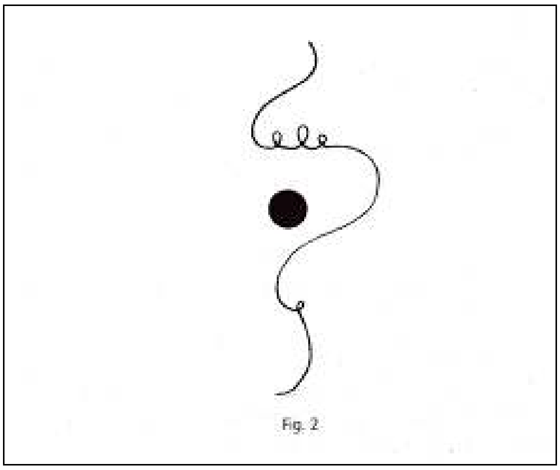
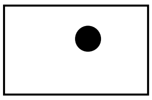


Figura 12. Ponto e linha sobre o plano (KANDINSKY, 1997, p. 22)

Nesta obra, Kandinsky além de representar o ponto de forma arredondada e visível, quase o cerca por linhas curvas e sinuosas, mas, por fim o deixa livre e solto. Ele não se preocupa com o tamanho do ponto e sim com seu destaque na obra. “Embora para Kandinsky o ponto possa ser definido como a menor forma elementar, esta característica da ‘pequenez’ é relativa” (WICK, 1989, p. 285). Sobre a relatividade do ponto Kandinsky amplia sua definição quando relata:

> Tal relatividade resulta da relação de grandeza ponto-plano e da relação do ponto com outros elementos plásticos que encontram no plano. (figura acima). No que respeita a seu contorno (sua forma), o ponto pode ser considerado idealmente redondo; pode ser considerado círculo, portanto. Na verdade, porém, ele pode assumir infinitas formas. Por conseguinte, para Kandinsky o ponto é "a forma intrinsecamente menor. Ele volta para si mesmo... sua tensão é concêntrica... O ponto adere-se ao plano e firma-se para sempre. (Ibid., 1989, p. 285).

Outro exemplo que WICK dá sobre a definição de ponto é a contribuição do artista plástico Kandinsky: "a composição mais simples se dá quando um ponto se encontra no centro de um plano quadrado" (Ibid., p. 286).



O artista, objetivamente conclui através dessa definição a visualização desse elemento geométrico. A partir daqui, Kandinsky, que não se detêm somente na arte gráfica faz a relação do ponto com o som musical:

> O dítono ponto-plano assume, então, o caráter de um único som. Só no caso de uma disposição descentralizada do ponto é que se torna audível um acorde duplo: som absoluto do ponto – som absoluto do plano circundante (WICK, 1989, p. 286).

Ainda em se tratando de ponto fechado, há mais um exemplo, a seguir:

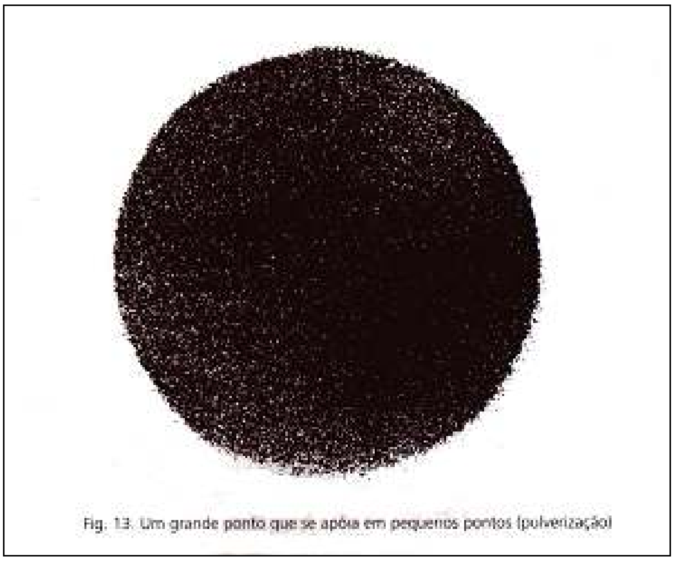


Figura 13. Ponto e linha sobre o plano. (KANDINSKY, 1997, p. 44.

Aqui se percebe uma acumulação de uma grande quantidade de pontos dentro de um plano, sendo no caso, um círculo. Klee, sendo artista gráfico, quando lecionou na Bauhaus também iniciou sua teoria com o ponto, por entender que esse elemento era importante para a seqüência do seu trabalho já que sua ênfase seria “a linha” prosseguindo depois para o plano:

> À semelhança de Kandinsky, Klee procede, ao desenvolver sua teoria da forma artística, de maneira analítico-elementar; e, também à semelhança de Kandinsky, inicia suas considerações pelo ponto, a partir do qual avança até a linha, e depois ao plano e ao espaço. (WICK, 1989, p. 335).

Ele tinha como objetivo “oferecer aos alunos os ‘aparatos’ necessários para a criação do artista” (Ibid., p. 336). Paul Klee fez o retrato de seu pai com pontinhos, conforme figura 2, do capítulo 1. Quando faz a definição dos elementos formais da arte gráfica, diz que são:

> [...] pontos, energias lineares, energias planas e energias espaciais. Um exemplo de elemento plano que não se decompõe em subdivisões é de uma energia [com ou] sem modulação, obtida com um lápis de ponta grossa (KLEE, 2001, p. 43).

Baseado na definição de Euclides, que é plástica e que faz parte da cultura grega, dar valor ao ponto é recompensador, pois: “a grande emoção estética do sentimento do espaço plástico, que dá à geometria sua correta interpretação” (LINTZ, 1999, p. 117). Outro elemento importante que traz grande relação nas áreas de conhecimento da arte e geometria é a linha.

Kandinsky (2003, p. 73 et seq.), em sua 1ª aula do dia 18 de junho de 1925, no curso da Bauhaus, ministra sobre a linha reta, linha curva, a força da tensão na qual o artista vai criando suas obras geometricamente e com precisão, carregando de significado cada linha. Em sua obra, *Sobre as pontas,* repletas de representações geométricas como o círculo, triângulo, retângulo, trapézio, reta e plano em meio as cores: amarelo, vermelho, preto, branco, nota-se nitidamente a razão relacionada com a emoção do artista.

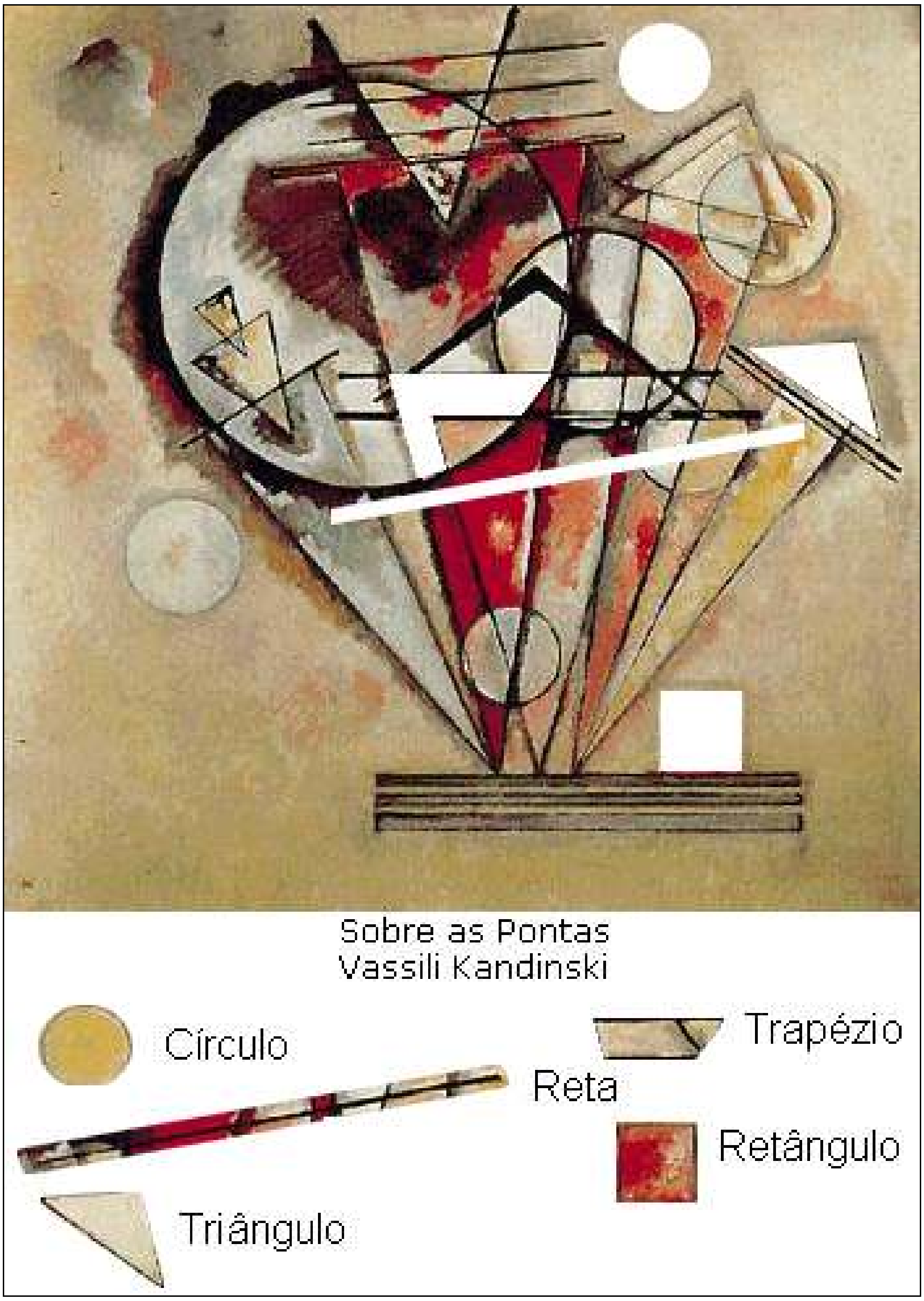


Figura 14. Sobre as pontas.[19]

Mais uma vez, encontram-se nessa obra as linhas tomando forma de elementos matemáticos e expressando sua racionalidade. Desta vez, os elementos encontrados são:

[19] Sobre as pontas. Disponível em: http://www.historiadaarte.com.br/abstracionismo.html. Acesso em 23 maio 2008.

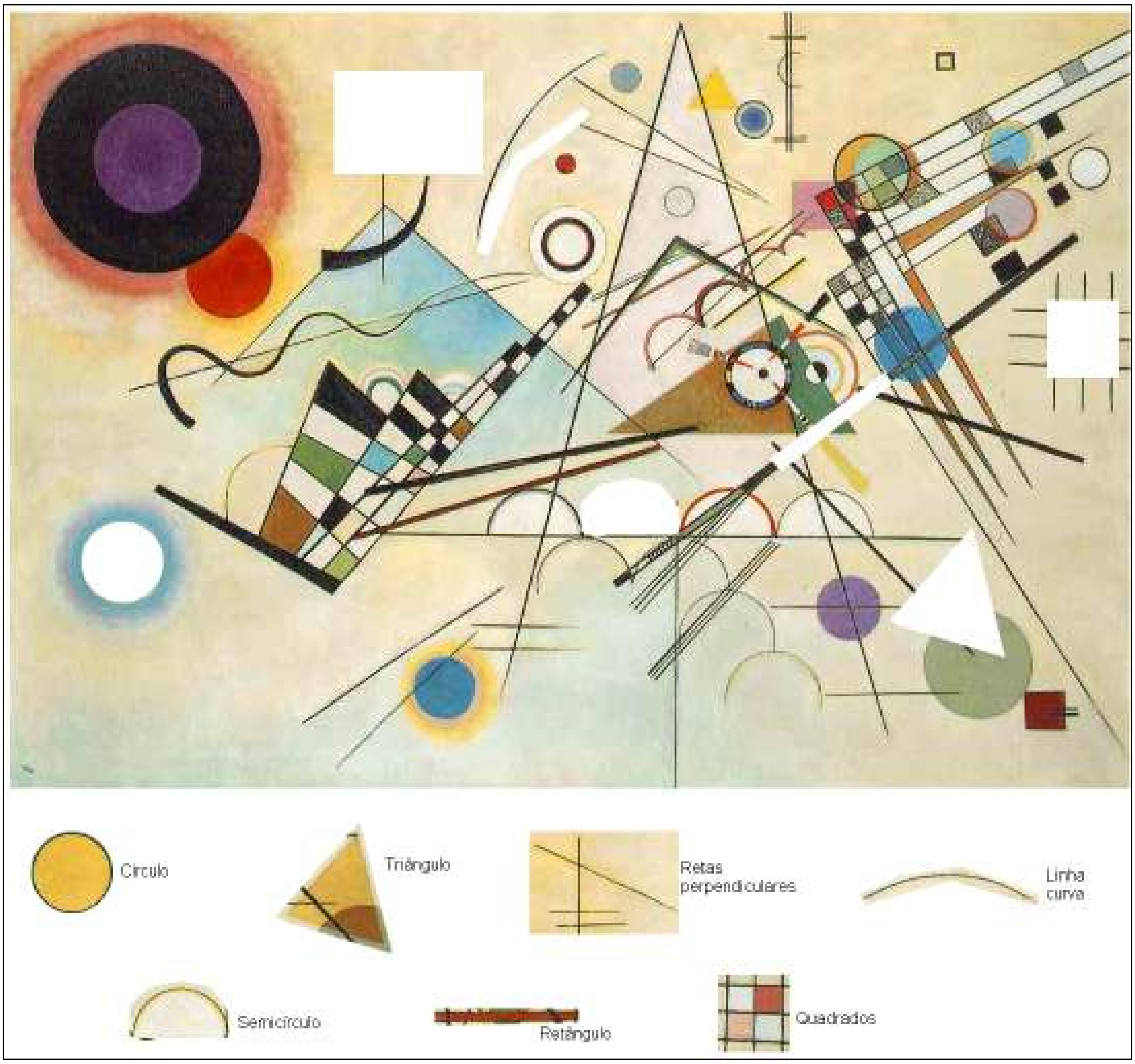


Figura 15. Abstracionismo.[20]

Desta vez, com as linhas mais delineadas e pretas, kandinsky reforça os elementos matemáticos por meio da linha reta, linha curva, do paralelismo, do semicírculo, da seqüencialidade, das formas geométricas: quadrado, retângulo, círculo, paralelogramo, triângulo, trapézio.

---

[20] Abstracionismo. Disponível em: http://www.math.uiuc.edu/~rosendal/Pictures/kandinsky.jpg. Acesso em 23 maio 2008.

Figura 16. Abstracionismo.[21]

Por meio das cores, o artista cada vez mais enfatiza sua racionalidade, e os elementos matemáticos tornam-se mais presentes em suas obras.

[21] Abstracionismo. Disponível em: http://www.abstract-art.com/abstraction/l2_Grnfthrs_fldr/g0000_gr_inf_images/g029b_kandinsky_tr_ln.jpg. Acesso em: 26 abr. 2008.

Figura 17. Abstracionismo.[22]

Como para Euclides: “[...] uma linha é uma reta que se ajusta igualmente com todos os seus pontos sobre si mesma”, LINTZ (1999, p.117), explica:

> É claro que, do ponto de vista da matemática ocidental, esta definição não faz nenhum sentido, pois usa elementos “extra-matemáticos”, isto é, não pertencentes à teoria dos conjuntos, como “se ajusta igualmente”, “sobre si mesma”. Então, um matemático ocidental começa a “arrancar os cabelos”, pois não consegue reduzir o conceito “se ajustar igualmente” a símbolos $\in, \subset, \forall$ e a reação psicológica natural é que a definição de Euclides “não é definição”, pois, de fato, ela é impossível de ser expressa pela sintaxe do organograma da matemática do Ocidente.

Aqui se torna evidente a divergência dos matemáticos ocidentais com o matemático Euclides. A definição desses elementos por Euclides não é a mesma dos matemáticos ocidentais que os identificam dentro da teoria dos conjuntos.

Klee também deu sua contribuição para a arte geométrica quando fez esse trabalho. Produzido com formas geométricas expressas pelas linhas e cores “sua fascinação de toda a vida por linha e tonalidade foi consolidada” (LINTZ, 1999, p. 117). Segundo Rizolli (2005, p. 80): “[...] o artista acredita, com a abstração, enriquecer a sinfonia formal e atingir, com a variação, possibilidades ideais de expressão”.

---

[22] Abstracionismo. Disponível em: http://www.abstract-art.com/abstraction/l2_Grnfthrs_fldr/g0000_gr_inf_images/g029b_kandinsky_tr_ln.jpg. Acesso em: 26 abr. 2008.

Figura 18. Abstracionismo.[23]

Outro exemplo de sua aptidão foi esse trabalho, com uma boa qualidade linear e traços geométricos em negrito. Agora, as formas geométricas definidas inteiramente pelas cores:

[23] Abstracionismo. Disponível em: http://www.pintoresfamosos.com.br/?pg=klee. Acesso em: 03 abr. 2008.

Figura 19. Abstracionismo.[24]

As linhas estão bem presentes nessa obra, um recurso amplamente usado pelo artista em suas obras de arte. “Klee interessa-se pelo ponto apenas na medida em que a partir dele surge uma linha no processo de movimento” (WICK, 1989, p. 336). Paul Klee informa que “[...] quanto maior a ênfase dada aos elementos formais, tanto mais próximo da abstração estarão o artista e as imagens que ele produzir” (RIZOLLI, 2005, p. 80). Para isso:

> Linhas as mais diversas. Manchas, Pontos. Superfícies lisas. Planos formados por pontos, por linhas. Movimento ondular. Movimento interrompido, articulado. Movimento contrário. Linhas emendadas, tissulares. Unissonância. Polifonia. Linhas que se enfraquecem e outras que se intensificam (dinâmica) (Ibid.).

[24] Abstracionismo. Disponível em: http://www.pintoresfamosos.com.br/?pg=klee. Acesso em 02 Abr. 2008.

Figura 20. Paul Klee: Rua principal e ruas laterais (1929).

Nesta obra, que foi muito importante em sua vida, Klee mostra por meio das linhas e cores nas ruas secundárias e na principal muitos elementos matemáticos, entre eles:

quadrados, retângulos, linhas retas, linhas curvas, simetrias. Como melhor explica Helena Stiehler, colunista do Jornal Ecos da literatura: [25]

> A perspectiva na obra "Rua principal e ruas laterais" é o fundamento principal, com a construção da forma disposta e ordenada geometricamente e a lógica da ocupação espacial. Panofsky[26], influenciado pelos conceitos de Cassirer[27] já havia provado de uma forma contundente que a perspectiva é igualmente uma figura, um signo formal e um método de expressar a arte. Klee, nessa época, habitualmente fazia projetos gráficos das figuras em papel, com reduzidos traços de bico de pena e tinta (que faz parte do seu acervo), se excede e produz com tinta a óleo uma legítima obra de arte, que parece ser composta por inúmeras peças. Ao considerar a representação da perspectiva como figura e não forma, não apresenta a delimitação do espaço e o torna indeterminado. Esperava-se uma visão fantasiosa da figura e, no entanto essa sensação não ocorre. Esperava-se vir a ser profundidade conduzida a um plano, entretanto não é profundidade e tampouco plano. Esperava-se homogeneidade, contudo é complexa, nítida e incerta. É composta por vários espaços coloridos, de várias dimensões, divididos por muitas linhas dispostas irregularmente e que criam caminhos que se seguem, indefinidamente. Esperava-se uma abstração arejada, porém se apresenta sufocante, sem um espaço de repouso; as linhas verticais apresentam uma força maior que as horizontais mostrando uma composição extremamente ativa, dura, compacta, sem arejamento e luminosidade, ainda que tenha feito uso de cores resplandecentes e brilhantes.As representações das ruas secundárias, no quadro de Klee, são tão indeterminadas quanto à rua principal: é impossível concluir a sensação que esses espaços nos causam, se nos põem de lado, se nos distanciam e nos apartam do todo ou se nos capturam e nos mantêm reféns de tão encantadora complexidade. O propósito de se encontrar razões simbólicas, em princípio, não teria êxito; a representação gráfica pode ter infinitos sentidos ou absolutamente nenhum. Seria então a poética de Klee sem sentido? Se esta situação fosse afirmativa, seria difícil compreender as razões da sua transformação e princípios que fundamentaram uma arte, uma técnica de orientar a aprendizagem, e as justificativas do porque tal processo foi usado, ao longo de muito tempo, em uma escola que tinha propostas bem objetivas como a Bauhaus, na formação de técnicos, projetistas e arquitetos. Klee empiricamente chega a construir com originalidade alguma coisa além de uma fração de espaço, um prodígio e nesta questão supera Kandinsky. A obra de Klee é muito generosa ao dar ao expectador, por meio de imagens, infinitas sensações que permitem múltiplas interpretações. É uma obra viva, abrangente, que desperta admiração, questionamentos; aborda questões que não se fecham e deixam em aberto novas ocorrências cabendo a cada pessoa diferentes sentimentos, reações, respostas, de acordo com as suas bagagens e experiências de vida. A escola Bauhaus tinha como propósito apresentar esta problemática, essas ocorrências relativistas em todas as edificações, mobiliários e elementos concebidos: pretendem levantar e permear na sociedade novas questões que necessitem reflexões da mente, sem apontar caminhos, respostas que a consciência encontrará no seu interior.O trabalho de Klee, seguramente, não consiste e não abrange especificamente a concepção de elementos decorativos, edifícios ou

[25] Tela, 0,83 X 0,67m. Jornalecos, 10 dez. 2006, Edição n. 54. Disponível em: www.jornalecos.net/helena6.jpg. Acesso em: 07 abr. 2008. -no dia 07/04/2008.

[26] Erwin Panofsky: com a publicação do ensaio *A perspectiva como forma simbólica*, ele se tornou ponto de referência para qualquer estudioso da problemática do espaço.

[27] Ernest Cassirer (1874-1945): Filósofo alemão, nascido em Breslau, realizou importantes investigações sobre a significação simbólica do espaço.

> mobiliários; a sua orientação visava desenvolver novas formas de procedimentos, de conduta. Todo o seu ensino tinha como finalidade primordial a vida, no seu sentido mais amplo, objetivando atender as necessidades reais da vida cotidiana, ainda que na concepção sejam respeitadas as finalidades próprias do projeto. Em suma, a função precípua do projetista é adequar o resultado do seu trabalho a verdadeira realidade da existência, e não a um espaço imaginário, ideal e cheio de abstrações.

Mondrian, artista plástico, “[...] talvez seja o artista que mais tenha contribuído para a nova formulação da arte e arquitetura, na linha de abstração concreta, conseguindo levar o processo de abstração a seu ponto extremo” (ARGAN, 1992, p. 676). No início de sua carreira fez uma seqüência de árvores que teve o seu processo interessante.

A seguir, acompanha-se esse desenvolvimento do pensamento geométrico do artista analisando-o como um avanço no raciocínio lógico e abstrato. Como se estivesse brincando com as linhas Mondrian faz sua primeira árvore. Ela tem seus galhos bem definidos e suas folhas caindo como se estivesse no outono.

Figura 21. A árvore vermelha.[28]

[28] Disponível em: www.interfacedg.com.br/.../bn_mondrian_1908.jpg. Acesso em 15 abr. 2008.

A seguir, temos a árvore cinzenta, onde as linhas curvas em negrito são bem delineadas, e o formato de árvore ainda continua.

Figura 22. A árvore cinzenta. Árvore II (1912).[29]

A próxima árvore é em formato de flor. Suas linhas são mais curvas e os sinais de abstração são mais marcantes, onde identificam-se nitidamente formas geométricas como: quadrados, triângulos, círculos e semicírculos, retas e paralelas.

[29] Disponível em: bp1.blogger.com/s320/Árvore-+Mondrian.bmp. Acesso em 15 abr. 2008.

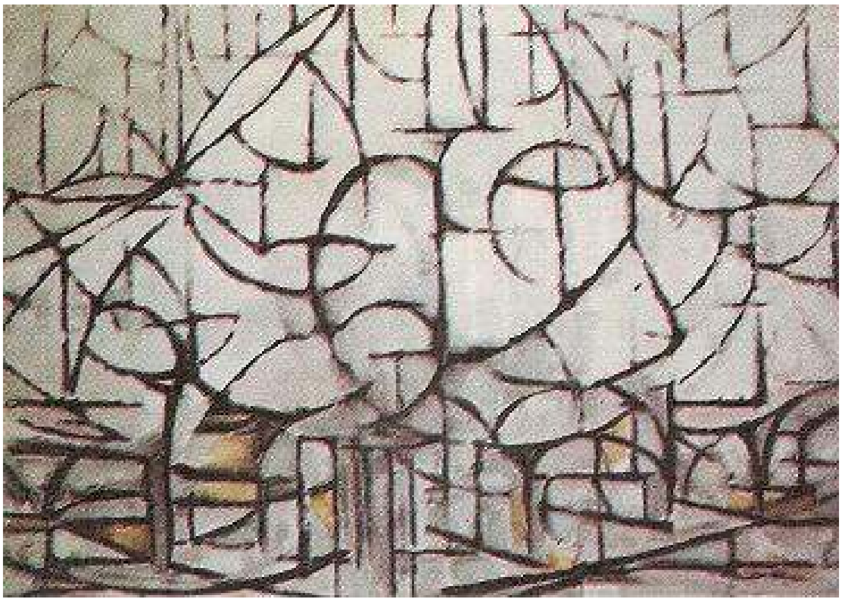
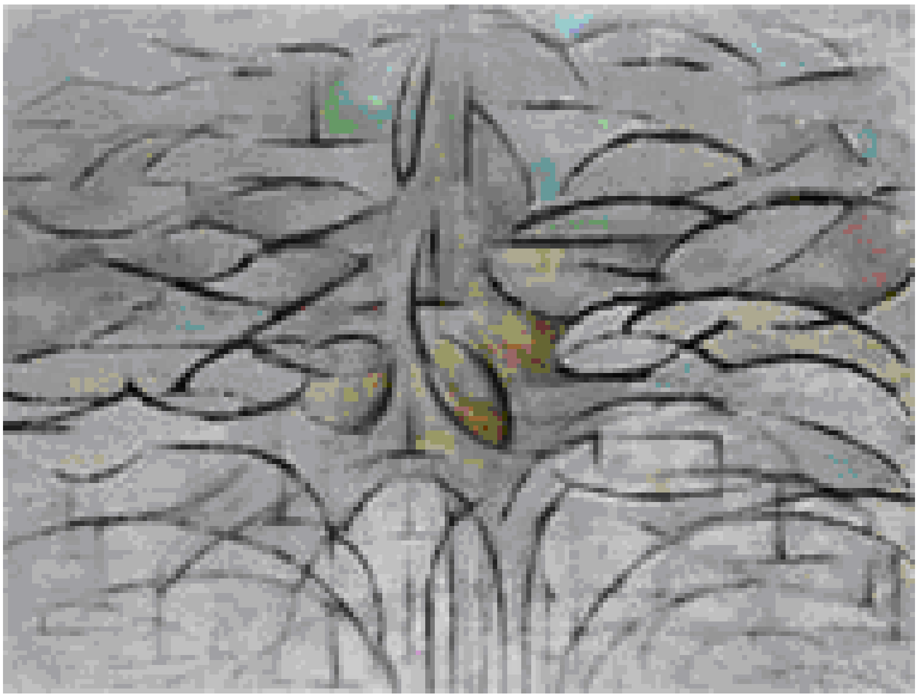


Figura 23. Árvore em flor (MONDRIAN).[30]

Em seguida, uma árvore quase sem sua forma configurada. O colorido aparece e as formas geométricas são quase que estendidas, tornando-se ovais e longas.



[30] Coleção G. J. Nieuwenhuizen Segaar. Galeria Nova Spetra. Haia. Disponível em: cacador.net/fotos/noticias1/1120ero2.jpg. Acesso em 15 abr, 2008.

Figura 24. Árvore (MONDRIAN).[31]

O seguinte comentário resume as três primeiras imagens das árvores pintadas por Mondrian:

> Essa busca da estrutura oculta dos seres aparece na série de árvores que pintou entre 1908 e 1912. Em Árvore Vermelha reconhecemos perfeitamente uma árvore apesar do uso arbitrário que faz da cor vermelha. Já nos quadros seguintes, o artista se interessa pela árvore como um conjunto de linhas retas e curvas e no relacionamento desse conjunto com o todo da tela. Nas décadas de 20 e 30, as linhas diagonais e curvas desaparecem dos seus quadros, dando lugar somente ás linhas horizontais e verticais, juntamente com as cores primárias.[32]

A abstração continua tomando sua forma e retas verticais e horizontais vão transformando a árvore em quadrados e retângulos desaparecendo assim sua forma real.

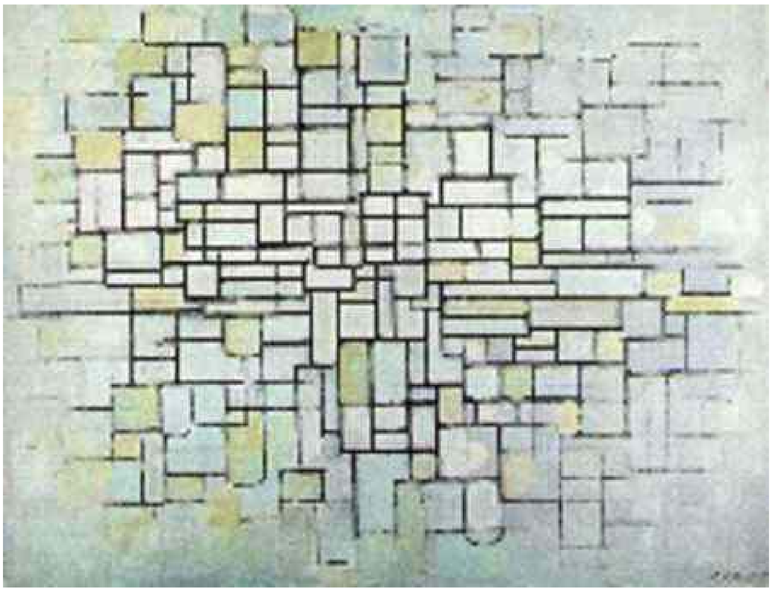


Figura 25. Abstracionismo. (MONDRIAN).[33]

E por fim, segue a última árvore representada em um círculo repleto de retas perpendiculares e paralelas, retrato puramente abstrato.

---

[31] Disponível em: www.interfacedg.com.br/.../bn_mondrian_1908.jpg. Acesso em 15 abr. 2008.
[32] Disponível em: http://www.ciaarte2.hpgvip.ig.com.br/abstracionismo.htm. Acesso em: 03 maio 2008.
[33] Disponível em: www.redenoarsa.com.br/fotos/Albano5.jpg. Acesso em 26 abr. 2008.

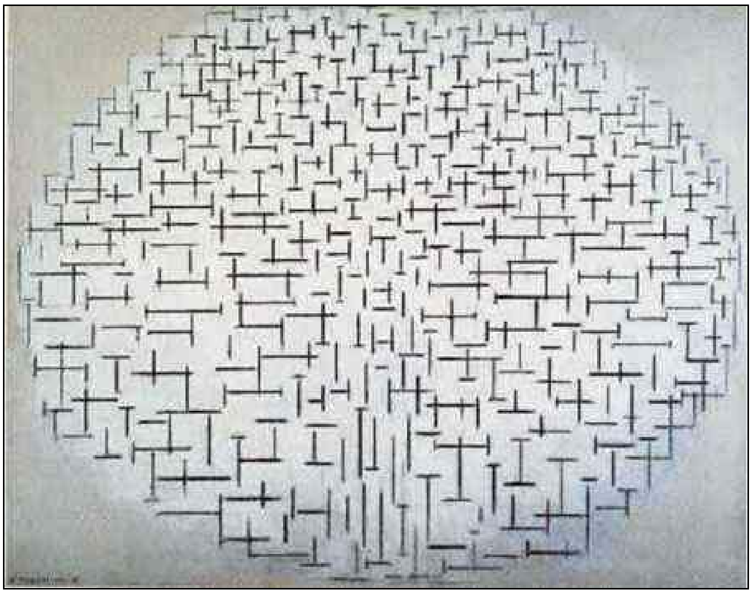


Figura 26. Abstracionismo (MONDRIAN).[34]

Para Angela Ancora da Luz[35]:

> Em Piet Mondrian, o "preciso" é perseguido com uma preocupação asséptica. Em sua plástica do puro equilíbrio ele toma uma árvore na natureza e, por meio de uma equação, em que as relações sensíveis entre o que ele vê e o que pensa vão sendo estabelecidas até se resolverem numa tela plana, em que retas se encontram em ângulo reto. Aparecem em suas pinturas, no máximo, as três cores básicas: vermelho, azul e amarelo, além de, no máximo, três "não cores": preto, cinza e branco. É o primado do equilíbrio obtido na dualidade, vertical e horizontal. Neste caso, "a criança real" é o ângulo reto.

Segundo Mondrian, cada coisa, seja uma casa, seja uma árvore ou uma paisagem, possui uma essência que está por trás de sua aparência. E as coisas, em sua essência, estão em harmonia no universo. O papel do artista, para ele, seria revelar essa essência oculta e essa harmonia universal.[36].

[34] Ibid.

[35] Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2002/ame/ametxt2.htm. Acesso em: 01 maio 2008. A autora é professora de História da Arte e de História, Teoria e Crítica de Arte dos cursos de Graduação e Pós-Graduação da Escola de Belas Artes; Diretora da Escola de Belas Artes da Universidade Federal do Rio de Janeiro; Mestrado em Filosofia, na área de Estética/IFCS/UFRJ e Doutorado em História Social, na área de Cultura/IFCS/UFRJ; autora dos livros **Anna Letycia (**1999); **A fabulação trágica de Portinari na fase dos retirantes (**1985). Artigos em revistas especializadas e catálogos de exposições.

[36] Disponível em: http://www.historiadaarte.com.br/abstracionismo.html. Acesso em: 01 maio 2008.

O artista Mondrian buscou na geometria a forma de expressar sua arte estabelecendo a relação dessas duas áreas de conhecimento permitindo hoje que esta reflexão interdisciplinar acontecesse.

De forma mais direta, Mondrian define bem em sua obra abaixo a presença das linhas traçadas retamente que se marcam por meio do negrito. Ele "discursa acerca da verdadeira visão da realidade abstrata: leis sólidas e elementares" (RIZOLLI, 2005, p. 100).

Nessa fase de sua vida Mondrian dedica-se a mostrar em suas obras a beleza da matemática expressa pelo numero de ouro.[37] Para Rizolli (Ibid. p. 100), Mondrian:

> Orientado por valores espirituais e morais, continuamente pesquisou as variações de grandeza de formas e superfícies nas oposições de horizontalidade e verticalidade. Estudou as cores e os valores fundamentais, respectivamente: azul, amarelo e vermelho; branco, preto e cinza. Descobriu as possibilidades de equilíbrio na assimetria.

[37] É esta procura constante da harmonia e da beleza que leva Piet Mondrian a encontrar a matemática! Mondrian descobriu o famoso número de ouro e com ele chegou ao retângulo de ouro. Partilhou com Da Vinci a idéia de que a arte deveria ser sinônimo de beleza e movimento contínuo, por isso ambos utilizaram o retângulo de ouro. A razão de ouro exprime movimento, pois mantém-se em espiral até ao infinito, e o retângulo de ouro exprime a beleza, pois é uma forma geométrica agradável à vista. Assim, o retângulo de ouro passou a ser presença constante nas suas pinturas.

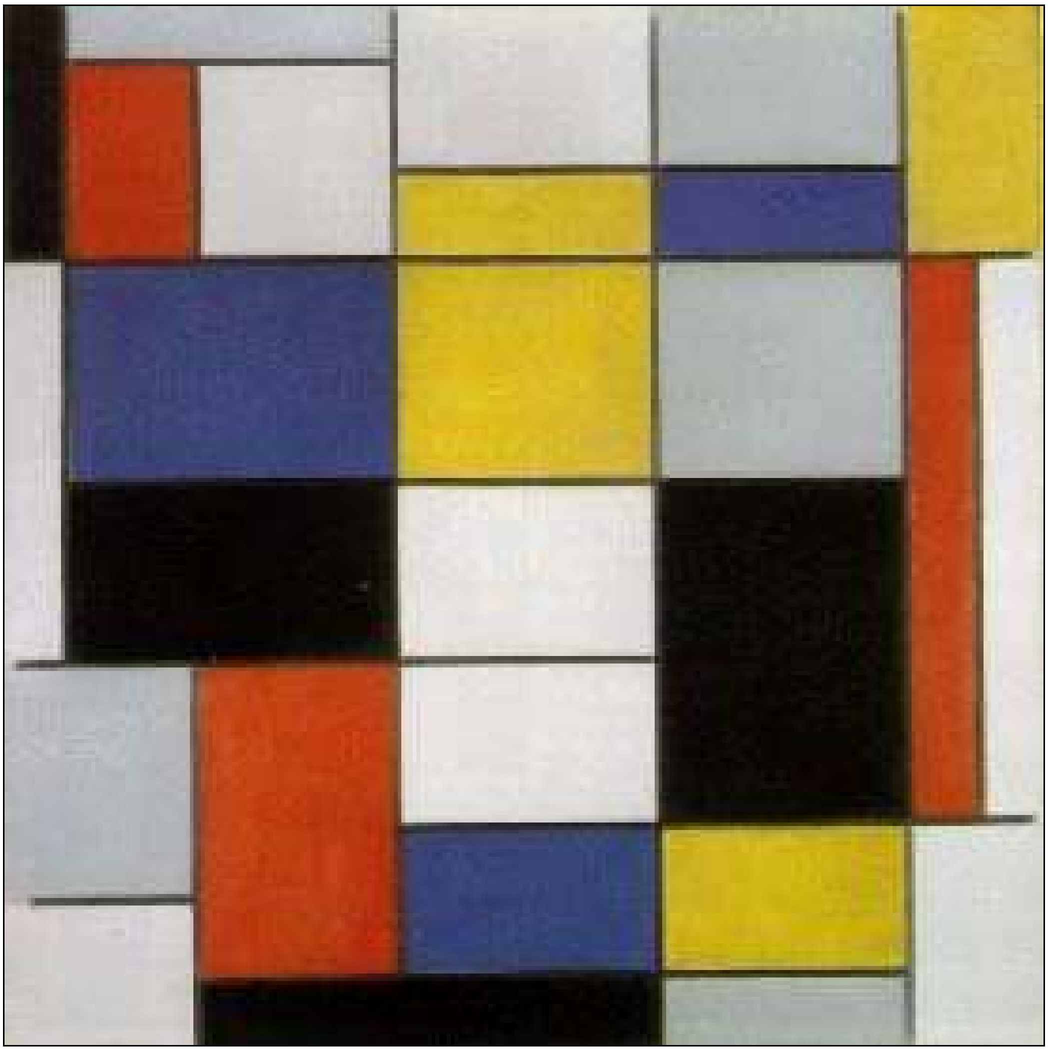


Figura 27. CompositionA. (MONDRIAN, 1920).[38]

Aqui vê-se a preocupação do artista em se aprofundar em conhecimentos matemáticos ao ponto de se descobrirem neles, se apropriando dos conhecimentos necessários para que a expressão abstrata fosse revelada em suas obras.

> [...] a linguagem abstrata revela-se intensificada. E, em Mondrian, abstração significa redução – dimensional, dos limites da visibilidade, das particularidades – num encaminhamento para o universal. Uma pintura ideal, formal e geométrica (Ibid., p. 102).

Pode-se perceber nitidamente que os artistas acima citados buscaram sua inspiração abstrata nas formas geométricas plásticas defendidas pelo compilador matemático "Euclides de Alexandria".

---

[38] Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Mondrian2.htm. Acesso em: 04 abr. 2008.

O que para muitos matemáticos ocidentais é difícil de aceitar, por exemplo, a geometria plástica, para muitos artistas essa relação é tranqüila e necessária.

Nos casos acima citados, a Arte Moderna usou e abusou da abstração pautada nos conhecimentos geométricos euclidianos.

Estabelece-se uma relação entre essas duas áreas de conhecimento: Ciências da Natureza e suas Tecnologias por meio da Geometria, Linguagens, Códigos e suas Tecnologias por meio da Arte no que se refere aos elementos de linguagem: ponto, linha e forma.

CONCLUSÃO

E então, onde se encontra a convergência das duas áreas de conhecimento: Ciências da Natureza e suas Tecnologias com a Matemática e Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, com a Arte de forma que venha a contribuir com a educação por meio da interdisciplinaridade?

Pode-se perceber que, desde os primórdios, o homem sente a necessidade de registrar suas lembranças no sentido de se apropriar delas e de uma maneira muito simples: reproduzindo as formas encontradas na natureza. Ele usa sua razão e emoção para melhor expressar-se.

Não criando nada, apenas copiando o que já estava pronto reproduz formas básicas como: quadrados, retângulos, triângulos e círculos dando sentido a cada uma delas.

E, por seguinte, com o desenvolvimento dos povos e culturas, há também o desenvolvimento do raciocínio tanto matemático quanto artístico. Mais registros fazem-se necessários, desta vez com mais rigor e cálculos, pois disso dependiam as belíssimas arquiteturas de séculos antes de Cristo.

Diante desses desafios, essa pesquisa deparou-se com o matemático e compilador Euclides de Alexandria do século III a. C. que muito contribuiu com a história da matemática, por ser o corajoso homem a reunir todos os conhecimentos matemáticos da época em 23 livros e seqüenciá-los como uma enciclopédia matemática.

Dentre tantos assuntos matemáticos existentes nos 23 livros de Euclides, o que mais interessou a esta pesquisa foi o primeiro capítulo, o qual trata dos elementos básicos da geometria: ponto, linha e forma.

Simplesmente, esses elementos não foram definidos por Euclides, ou a definição dada a eles foi sem sentido. Isso foi motivo de discórdia para alguns matemáticos, principalmente para o matemático Hilbert, que gastou parte de sua vida tentando explicar assuntos que Euclides não se preocupou em fazê-lo. Daí, então, surge a geometria não-euclidiana.

Destaca-se que a geometria abordada por Euclides foi uma geometria plástica, o que os matemáticos ocidentais não conseguem aceitar muito bem. E foi justamente essa geometria plástica que, largamente utilizada por artistas plásticos, a exemplo de Paul Klee, compôs este estudo.

Para Klee, o elemento ponto não é muito explorado por uma definição, embora tenha o utilizado até para retratar seu pai, fazendo-lhe uma homenagem desenhando-lhe com pontinhos. O artista utilizou-se mais do ponto em movimento, que no caso é a linha, fazendo dela maior uso em suas obras.

Após o principal momento artístico de sua vida, onde se encontra com a abstração utiliza-se da linha para delinear suas formas geométricas num profundo encontro com a natureza, sendo o pano de fundo de sua criação.

Para o artista a linha é ativa, medial e passiva e dessa maneira ensina seus alunos da Bauhaus a utilizá-las na prática.

Com esse elemento geométrico presente em suas obras, o artista consolida sua aptidão e marca sua passagem na história da Arte Moderna, no século 19.

Nesse mesmo século, *Os Elementos* de Euclides de Alexandria, são ainda discutidos e utilizados por muitos matemáticos. Ainda sem definição, os elementos: ponto, linha e forma são comentados e utilizados para os cálculos e construções geométricas, sendo a base de toda e qualquer geometria.

O “ponto” como sempre, é utilizado como início de tudo, pois a partir dele surgem às linhas, as retas, as paralelas, as perpendiculares, o quadrado, o retângulo, o triângulo, o círculo e todas as outras formas existentes na natureza ou criadas pela imaginação humana.

Na linguagem matemática, o ponto é um sinal, uma marca feita em algum lugar; já a linha é algo comprido, sem largura, mais denominada de reta. Na linguagem matemática, a reta geometricamente é muito funcional; pois, com duas retas se interceptando um ponto é formado; com quatro retas se posicionando um quadrado ou retângulo é formado; com três retas, um triângulo é formado e também com uma linha um circulo é formado; enfim, é por meio da reta que muitas formas são construídas.

Na linguagem visual os elementos: ponto, linha e forma são muito semelhantes à linguagem matemática. O que difere é sua essência, pois, na arte, esses elementos são carregados de emoção na sua aplicação em uma obra.

Enfim, chega-se no ponto de convergência das duas áreas de conhecimentos: Ciências da Natureza e suas Tecnologias com a Matemática e Linguagens, Códigos e suas Tecnologias com a Arte.

Artistas como Kandinsky, Klee e Mondrian basearam suas técnicas na geometria euclidiana, utilizando-se dos elementos: ponto, linha e forma em suas obras de arte. Kandinsky e Klee enfatizaram tais elementos em seus escritos e também em suas aulas na Bauhaus, deixando bem nítida a relação da geometria plástica com a arte plástica.

No século 19, no período do abstracionismo, esses artistas marcaram sua época com criações puramente abstratas, expressando suas emoções geometricamente. Dá-se então, a relação interdisciplinar tanto buscada desde o início dessa pesquisa.

Compete ressaltar que fontes fidedignas da web foram consultadas e citadas nesta pesquisa, por se reconhecer que, na interdisciplinaridade dessas áreas de conhecimento, se tenha pouco material científico publicado.

Por meio deste trabalho, principalmente nesse novo momento de inovação, no qual a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo está implantando uma nova Proposta Curricular, dar-se-á uma opção ímpar para a aplicação desses conhecimentos interdisciplinares.

Segundo os PCNs, a matemática está dentro da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias; porém, nessa nova Proposta Curricular, implantada em 2008 nas Escolas Estaduais de Ensino Fundamental II e Ensino Médio, essa disciplina não está mais dentro de uma única área de conhecimento. Separou-se na termologia para que pudesse permear todas as áreas, tamanha a sua influência e utilidade nos conteúdos curriculares da atualidade.

Como Professora Coordenadora da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, abre-se a possibilidade para a utilização dessa ferramenta interdisciplinar dentro dessa nova Proposta Curricular, enriquecendo ainda mais a sua implantação, proporcionando tanto ao professor quanto ao aluno um ensino e aprendizado interdisciplinares.

Em outros seguimentos de Educação do nosso País, por exemplo, em escolas privadas, universidades e mesmo para os pesquisadores da área de Educação Matemática e Arte, fica o desafio desse olhar interdisciplinar, por meio da geometria e das artes plásticas.

Sabe-se que, em se tratando da Matemática e da Arte, o assunto torna-se inesgotável para a pesquisa científica. Então, se estabelece o desafio da continuidade desse trabalho de forma mais profunda, em nível de doutoramento, ao qual será um privilégio dar prosseguimento.

REFERÊNCIAS

ARNHEIM, Rudolf. **Arte e percepção visual**: uma psicologia da visão criadora. Trad. Ivonne Terezinha de Faria. São Paulo: Pioneira, 2005.

ARGAN, Giulio Carlo. **Arte moderna**. Trad. Denise Bottmann e Federico Carotti. São Paulo: Companhia das Letras, 1992.

BARBOSA, Ana Mae. **A imagem no ensino da arte**. São Paulo: Perspectiva, 1991.

______. **Arte-educação**: leitura no subsolo. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria euclidiana plana.** Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

BARBOSA, Paula Márcia. **O ensino da geometria**. Rio de Janeiro: ISEP, 1998.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Matemática**: ensino fundamental 5ª série. São Paulo: Moderna, 2003.

BONFAND, Alain. **A arte abstrata**. Trad. Denise P. Lotito. Campinas: Papirus, 1996.

BOYER. Carlos B. **História da matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Guia dos livros didáticos. 1ª a 4ª séries. PNLD, 2004. Brasília: [s.n.], 2003.

______. **Parâmetros curriculares nacionais**. Matemática. Brasília, MEC, 1997.

______. **Parâmetros curriculares nacionais**. Arte. Brasília, MEC, 1998.

______. **Parâmetros curriculares nacionais**: arte. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

______. **Parametros curriculares nacionais**: matemática. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

BUSHAW, Donald. **Aplicações da matemática escolar**. Trad. Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1997.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino da matemática**. São Paulo: Cortez, 1990.

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. **Aprendendo arte**: conteúdos essenciais para o ensino fundamental**.** São Paulo: Ática, 2002.

CHIPP, Herschel B. **Teorias da arte moderna**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

EVES, Howard. História da geometria. Trad. Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação matemática**: representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artmed, 1999.

______. Formação de professores de matemática. **Temas e Debates da Sociedade Brasileira de Matemática** - SBEM, ano VIII, 1999.

FONSECA, Maria da Conceição F.R. et al**. O ensino da geometria na escola fundamental**: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais**.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

FONTOURA, Ivens. **Decomposição da forma**: manipulação da forma como instrumento para criação. Curitiba: Itaipu, 1982.

Freire, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo. Paz e Terra, 2003.

______. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

GOMBRICH, E. H. **A história da arte**. Trad. Orlando Fernandes. São Paulo: Círculo do Livro S.A., 1972.

GORDON, Hélio. **A história dos números**. São Paulo: FTD, 2002.

IMBERNÓN, Francisco. **A educação no século XXI**: os desafios do futuro imediato. 2. ed.Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

IMENES, Luiz Márcio. **Vivendo a matemática**. São Paulo: Scipione, 1996.

______; LELLIS, Marcelo. **Matemática**: 5ª série. São Paulo: Scipione, 1997.

KANDINSKY, Wassily. **Do espiritual na arte**. 2. ed.Trad. Álvaro Cabral. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

______. **Ponto e linha sobre plano**. Trad. Eduardo Brandão. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

KLEE, Paul. **Diários**. Trad. João Azenha Junior. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

______. **Sobre a arte moderna e outros ensaios**. Trad. Pedro Süssekind. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.

LIMA, Elon Lages. **Medida e forma em geometria**. Rio de Janeiro: Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática, 1991.

______. **Meu professor de matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro. Publicação da Sociedade Brasileira de Matemática, 2000.

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Alberto P. **Aprendendo e ensinando geometria**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** Educação matemática em revista. SBEM, ano III, 1995.

LUNGARZO, Carlos. **O que é Matemática?** São Paulo: Brasiliense, 1990.

LINTZ, Rubens G. **História da matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma interpretação mútua. São Paulo: Cortez, 1993.

______. **Atividade de geometria**. São Paulo: Atual, 1996.

MASETTO, Marcos Tarciso. **Competência pedagógica do professor universitário.** São Paulo: Summus, 2003.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MONTEIRO, Alexandrina; JUNIOR, Geraldo Pompeu. **A matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. Trad. Catarina Eleonora F. Da Silva e Jeanne Sawaya; Rev. Tec. Edgard de Assis Carvalho. 7 ed. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2003.

MLODINOW, Leonard. **A janela de Euclides**: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

PARTSCH, Susanna. **Klee**. Seul - Corea: Paisagem, 2005.

POZO, Juan Ignacio et al. **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

REZENDE, Eliane Quelho Frota, QUEIROZ, Maria Lucia Bontorim de. **Geometria euclidiana plana e construções geométricas**. Campinas: Editora da Unicamp; São Paulo: Imprensa Oficial, 2000.

READ, Herbert. **A educação pela arte**. Trad. Valter Lellis Siqueira. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

RICIERE, Aguinaldo. **Arqueologia matemática**: a origem da matemática nas civilizacões antigas. São José dos Campos: Prandiano, 1991.

RIZOLLI, Marcos. **Artista, cultura e linguagem**. Campinas: Akademika, 2005.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica?** São Paulo: Brasiliense, 2005.

______. **A teoria geral dos signos**: como as linguagens significam as coisas? São Paulo: Pioneira; Thomson Learning, 2004.

SCHATTSCHNEIDER, Doris; WALKER, Wallace. **Caleidociclos de M. C. Escher**. Köln: Evergreen, 1991.

SMOLE, Kátia Cristina S; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (Org.). **A coleção matemática de 0 a 6**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

TAHAN, Malba. **As maravilhas da matemática**. Rio de Janeiro: Bloch Editores, 1983.

______. **Didática da matemática**. São Paulo: Saraiva, 1968.

WICK, Rainer. **Pedagogia da Bauhaus**. Trad. João Azenha Jr. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

WONG, Wucius. **Princípios de forma e desenho**. 2. tiragem. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

ZABALZA, M. A. **O ensino universitário**: seus cenários e seus protagonistas. Porto Alegre: Artmmed, 2004.

ZAMBONI, Silvio. **A pesquisa em arte**: um paralelo entre arte e ciência. Campinas: Autores Associados, 2001.

WEBGRAFIA

ABSTRACIONISMO. Disponível em: http://www.ciaarte2.hpgvip.ig.com.br/abstracionismo.htm. Acesso em: 03 maio 2008.

EUCLIDES. Wikipédia. Verbete. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Euclides, pesquisado em 07/06/2007.

KLINTOWITZ, Jacob. Os Italianos e a Arte Brasileira. 2005. Disponível em: http://www.ecco.com.br/vita_mia/oriundi_artplas.asp. Acesso em 02 dez. 2006.

Max Bill. Wikipédia. Verbete. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Max_Bill. Acesso em: 03 maio 2008.

MC Escher. 2007. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminário/escher/escher2.html pesquisado no dia 18/05/2007. Acesso em 10 mar. 2008.

MC Escher. 2007. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Escher3.htm, pesquisado no dia 23/05/2007. Acesso em 10 mar. 2008.

PITÁGORAS. Wikipédia. Verbete. Disponível em: http://pt.wikipedia.org/wiki/Pitagoras, pesquisado em 07/06/2007.

Tela, 0,83 X 0,67m. Jornalecos, 10 dez. 2006, Edição n. 54. Disponível em: www.jornalecos.net/helena6.jpg. Acesso em: 07 abr. 2008. -no dia 07/04/2008

TVE BRASIL. 2007. Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2002/ame/ame0.htm. Acesso em: 01 maio 2008.

VIEIRA, Edite Resende. Arte e Matemática na Escola. Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2002/ame/ame0.htm Pesquisado em 02 dez. 2006.