



# FUNDO MACKENZIE DE PESQUISA

## RELATÓRIO DE PROJETO DE PESQUISA INSTITUCIONAL (SPP) EDITAL 2015

---

### TÍTULO

COMPUTATIONS AT THE LIMIT BEHAVIOUR OF CELLULAR AUTOMATA

### LÍDER

PEDRO PAULO BALBI DE OLIVEIRA

Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Faculdade de Computação e Informática  
Rua da Consolação 896 - Consolação  
01302-907 São Paulo, SP  
[pedrob@mackenzie.br](mailto:pedrob@mackenzie.br)  
<http://professor.mackenzie.br/pedrob>  
<http://lattes.cnpq.br/9556738277476279>

**Original Abstract:** In spite of their extremely simple structure, cellular automata (CAs) can compute arbitrary functions, by means of a model of computation that is totally parallel, decentralised and, especially, local. The possibility of understanding how they compute and should be designed so as to perform a given computational task would be very relevant for information technology and computing theory. But understanding how these computations are carried out by individual CA rules, rule compositions over time, or spatial arrangement of different rules on the lattice, has been an enduring challenge. Key advances made related to design and analysis of CA rules have opened new perspectives towards understanding how specific CA-based computations are performed. Under the new lights these recent findings have shed, the goal of this project is to step forward, by deepening present understanding of the issues involved in classical computational tasks of the classification type, such as density and parity determination, and to analyse the limit configurations entailed by certain rules, both in terms of their spectral signature and their representation as a formal language. In doing so, we will endeavour to explore the possibility of relating computational and limit behaviour of rules. We have in mind addressing these issues not only in terms of individual CA rules, but also their temporal or spatial combinations. This project is aimed at consolidating and officialising a research collaboration between Universidade Presbiteriana Mackenzie and Universidad Adolfo Ibañez, Santiago, Chile, from which the main participant is Prof Eric Goles, an internationally acclaimed researcher in the project area and its related subjects; the requested grant is just to support mobility between the two institutions.

**Palavras-chaves:** Cellular automata, emergent computation, classification problems, density classification, parity problem, limit behaviour.

---

# RELATÓRIO

## 1. PRINCIPAIS OBJETIVOS DO PROJETO INICIAL

Eis os objetivos originais, conforme literalmente listados no corpo do projeto:

1. To perform the detailed analysis of the very good rules in (Wolz and de Oliveira, 2008), in terms of their correlation with the notion of conservation degree defined in (Schranks and de Oliveira, 2010). In particular, to check whether the observation made in (Kari and Le Gloannec, 2012), about the proximity in Hamming distance between conservative rules in radius 3 space and good DCT rules, also holds for all 3000 very good rules found in (Wolz and de Oliveira, 2008).
2. To verify the validity of the present interpretation of conservation degree defined in (Schranks and de Oliveira, 2010), and to check whether a certain degree conservation is usually necessary in the problem-solving strategies represented by CA rules. Analogously, to reevaluate the notion of reversibility degree we previously proposed.
3. To attempt to conceive a procedure that would allow the derivation of the best possible DCT rules of radius 3 and, possibly, its generalisation to any space.
4. To tackle the problem of evaluating the existence of a solution of the parity problem in the radius 3 space, for odd-sized lattices.
5. To give the initial steps towards a theory of classification problems for CAs, at least for one-dimensional, binary rules.
6. To provide further developments of the template technique we introduced in (de Oliveira and Verardo, 2014a) and (de Oliveira and Verardo, 2014b) for representing CA rule families that share a given property.
7. To continue exploration of the limit behaviour of one-dimensional rules in terms of their spectral signatures.
8. To improve our approach to determining the limit behaviour of some elementary rules, both by conceiving an automated method for those currently obtained only manually, as well as devising a way to transform the ever-growing, redundant finite automata that characterise a limit set, into their equivalent, redundancy-free version.
9. To explore the possibility of setting up temporal combinations and spatial arrangements of CA rules in order to perform computational tasks, in particular in the context of classical benchmark problems.

## 2. ETAPAS EXECUTADAS

Segue um resumo, indexados segundo os objetivos explicitados na Seção 1 deste relatório:

**1-2-3:** Uma extensa análise computacional com o software Mathematica foi realizada entre as 3000 regras de alto desempenho obtidas em (Wolz and de Oliveira, 2008) e as mais de 2 milhões de regras geradas a partir de (Kari and Le Gloanec, 2012), tudo isso através de um parâmetro de conservabilidade aprimorado daquele descrito em (Schranko and de Oliveira, 2010). Com isso comprovou-se a hipótese de que o referido parâmetro, de fato, provê uma ligação entre a efetividade de regras na classificação de densidade e seu grau de conservabilidade. O que ainda não está totalmente claro é qual exatamente é a noção de conservabilidade que o parâmetro está medindo. Mas o fato é que, agora, com a referida hipótese confirmada, tudo indica que estamos em um caminho certo na direção de se atingir o objetivo 3.

**4-6:** Foram propostos mecanismos gerais para a geração de templates  $k$ -ários, bem como a operação de intersecção de templates e posteriormente implementados, também no software Mathematica. Nesse sentido, a primeira versão de uma biblioteca de geração e intersecção de templates foi organizada e encontra-se disponibilizada no site público Github. Adicionalmente, propusemos uma definição da operação de 'diferença' entre templates, a qual foi também implementada; primeiros resultados com essa operação foram obtidos, mas ainda permanecem questões sobre as condições em que a operação produz templates que efetivamente representem espaços reduzidos de regras.

**5:** A partir de extenso trabalho formal, inicialmente definimos precisamente a noção de problemas de decisão por autômatos celulares unidimensionais binários. Posteriormente, foram definidos vários problemas segundo a caracterização proposta, e provas formais foram obtidas a respeito da existência ou não de solução para esses problemas.

**7-8:** Desenvolveram-se métodos de obtenção do comportamento limite de autômatos celulares unidimensionais binários, pela análise dos grafos que representam as configurações possíveis a cada passo finito de tempo. A abordagem teve um lado formal, mas se deu prioritariamente a partir de inúmeros experimentos computacionais, também implementados no software Mathematica. Por escassez de tempo, não foi realizada a parte de análise espectral.

**9:** Também fundamentada em métodos formais, concebeu-se uma maneira de otimizar a composição de regras para resolver o problema Modulo- $n$  com autômatos celulares unidimensionais binários. Por outro lado, através de métodos computacionais, observamos que um resultado existente na literatura para resolver o problema Modulo-2 com uma única regra apresentava uma falha, e a corrigimos. Finalmente, primeiras versões de algoritmos foram desenvolvidos para ajudar na análise de autômatos celulares heterogêneos unidimensionais binários.

### **3. DISCUSSÃO SUCINTA DOS PRINCIPAIS RESULTADOS OBTIDOS**

Um importante resultado que obtivemos foi o estabelecimento da Dupla Titulação de doutorado entre o Programa DISC, da UAI, e o PPGEEC, do Mackenzie, que não estava entre os objetivos originais do projeto (mais detalhes na Seção 6 deste relatório).

Sobre os demais resultados, segue um resumo, listados segundo os objetivos explicitados na Seção 1 deste relatório:

**1.** Plenamente atingido. Toda a parte experimental foi realizada e os dados analisados, os quais comporão um artigo que está em sua fase inicial, e será submetido a periódico internacional (provavelmente Physica-D).

**2.** Plenamente atingido: a medida de conservabilidade é efetiva, ainda que permaneça uma dúvida sobre sua interpretação. Este resultado está relacionado ao anterior, e também comporá o artigo lá mencionado.

**3.** Não foi possível abordá-lo diretamente, dada sua dependência dos resultados dos objetivos 1 e 2, e posterior análise.

**4.** Grandes avanços foram feitos, porém mais tempo é necessário para responder a questão principal relacionada ao objetivo; para tanto, os resultados atingidos no objetivo 6 serão essenciais. Adicionalmente, um artigo foi escrito apontando um engano em uma publicação na literatura, o qual será submetido ao periódico "Natural Computing".

**5.** Plenamente atingido, e um artigo encontra-se submetido ao periódico "Natural Computing". Outros resultados, ainda que preliminares, foram apresentados em um evento internacional, e serão posteriormente compilados em outro artigo e posteriormente submetido.

**6.** Plenamente atingido. Conforme já mencionado na Seção 2 deste relatório, uma primeira versão de uma biblioteca encontra-se disponibilizada no site Github; de forma associada, um artigo está em fase final de elaboração, a ser submetido a periódico. Adicionalmente, um artigo sobre a operação de diferença de templates foi aceito em conferência internacional, e publicado como capítulo de livro. Mencione-se ainda que os resultados conseguidos contribuíram para a conclusão de um mestrando que não estava no projeto (Zorandir Soares), e estão contribuindo significativamente para o andamento da pesquisa de um dos doutorados do projeto (Maurício Verardo). Adicionalmente, uma primeira proposta de definir a operação de 'diferença' entre templates foi realizada e implementada.

**7.** Não chegou a ser abordado, por falta de tempo.

**8.** Plenamente atingido, e um artigo encontra-se submetido ao periódico "International Journal of Bifurcation and Chaos". Além disso contribuiu significativamente para a conclusão de um dos doutorados defendidos (Eurico Ruivo).

9. Plenamente atingido, e um artigo foi concluído e está para ser submetido. Adicionalmente, um outro artigo encontra-se em fase de finalização e será submetido a evento internacional. Finalmente, os resultados conseguidos contribuíram bastante para a conclusão de um dos doutorados defendidos (Cláudio Martins) e está contribuindo para o andamento de um outro doutorado do projeto (Fernando Faria).

#### **4. PRINCIPAIS FATORES POSITIVOS E NEGATIVOS NA EXECUÇÃO**

*Positivo:* O amparo e presteza do Mackpesquisa, sempre que necessitamos.

*Negativos:*

As dificuldades para se atingir o objetivo 3 (conforme a Seção 1 deste relatório), que se mostrou muito ousada para o curto tempo do projeto. De fato, chegamos a sondar o MackPesquisa quanto à possibilidade de uma extensão, mas não nos foi recomendado.

Vale mencionar ainda as dificuldades do sistema online para apresentação deste relatório, o qual se mostrou com necessidade de melhorias.

#### **5. FORMAÇÃO DE RECURSOS HUMANOS**

Dos 4 doutorandos do PPGEEC-Mackenzie participantes originais do projeto, 2 concluíram seus cursos com sucesso (Eurico Ruivo e Cláudio Martins), 1 está se preparando para o exame de qualificação (Gerando Faria), e o outro ainda terá seu exame de qualificação no próximo ano (Maurício Verardo).

Adicionalmente, 3 outros estudantes acabaram se envolvendo no projeto. Um deles (Rodrigo Amaral) realizou seu TCC com o líder do projeto, em conclusão ao curso de Sistemas de Informação na FCI-Mackenzie. Um segundo (Zorandir Soares) acabou conduzindo sua dissertação de mestrado no PGEEC-Mackenzie no contexto do projeto, orientado pelo líder do projeto. E, finalmente, o terceiro caso refere-se a uma doutoranda chilena (Fabiola Lobos), originalmente orientada pelo participante chileno Eric Goles, que passou a ser co-orientada pelo líder do projeto; ver mais informações sobre esse caso na Seção 6, a seguir.

#### **6. CONTATOS INTERNACIONAIS EFETIVAMENTE OCORRIDOS**

Em se tratando de um projeto colaborativo com uma instituição chilena (a Universidad Adolfo Ibáñez - UAI, de Santiago), tivemos várias visitas mútuas de trabalho, especificamente, 3 à UAI e 2 ao Mackenzie. Em todas as oportunidades, além das reuniões conjuntas de trabalho, também foram dados seminários públicos na instituição visitada. Adicionalmente, na vinda de Eric Goles ao Mackenzie, ele também atuou como um dos examinadores externos da banca final de doutorado de um dos estudantes do projeto (Eurico Ruivo).

Finalizado o período nominal do projeto, recebemos no Mackenzie, por 1 mês, a visita da doutoranda mencionada na Seção 5. Trata-se do primeiro intercâmbio implementado no escopo da Dupla Titulação de doutorado entre o "Doctorado en Ingeniería de Sistemas Complejos - DISC" da UAI, participante do projeto, e o PPGEEC - Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Computação, que se encontra em fase final de oficialização. Este foi um resultado extremamente auspicioso do presente projeto, originalmente não previsto em seu escopo, mas que se materializou à medida em que avançavam as interações no contexto do projeto. Esse Programa de Dupla Titulação é o primeiro do PPGEEC-Mackenzie e abre a possibilidade de orientações conjuntas em várias áreas, a todos os estudantes do PPGEEC (conforme detalhes em <http://www.uai.cl/postgrados-y-diplomas/doctorados/ingenieria-y-ciencias/doctorado-en-ingenieria-de-sistemas-complejos>). Nesse mesmo contexto, mencione-se ainda que o líder do projeto passou a fazer parte do corpo de professores do DISC (o chamado "Claustro" do programa), na categoria Professor Invitado, podendo orientar estudantes do DISC e oferecer disciplinas eletivas.

## **7. TRABALHOS E MONOGRAFIAS CONCLUÍDOS**

### **7.1) Artigos submetidos a periódicos:**

RUIVO, E.L.P.; DE OLIVEIRA, P.P.B. "Inferring the limit behaviour of some elementary cellular automata", International Journal of Bifurcation and Chaos.

MONTALVA, M., GOLES, E.; DE OLIVEIRA, P.P.B. "A portfolio of classification problems by one-dimensional cellular automata, over cyclic binary configurations and parallel update", Natural Computing.

### **7.2) Capítulo de livro publicado:**

SOARES, Z.; VERARDO, M; DE OLIVEIRA, P.P.B. "The difference operation between templates of binary cellular automata. In: ROCHA, A., CORREIA, A.M.; ADELI, H.; REIS, L.P.; TEIXEIRA, M.M. (eds), New Advances in Information Systems and Technologies (Vol 444 of the series on Advances in Intelligent Systems and Computing), Springer, 707-715, 2016.

### **7.3) Artigo apresentado em evento internacional:**

MONTALVA-MEDEL, M; DE OLIVEIRA, P.P.B.; GOLES, E. "On the maximum number of different dynamics in elementary cellular automata". 2016 Conference on Complex Systems, Amsterdam, The Netherlands, Sept 19-22, 2016.

### **7.4) Artigo a ser submetido a periódico:**

BETEL, H; DE OLIVEIRA, P.P.B.; FLOCCHINI, P.; MARTINS, C.L.M. "Corrigendum to 'Solving the Parity Problem in One-Dimensional Cellular Automata': A fix to the BFO rule".

**7.5) Teses concluídas de Doutorado no PPGEEC-Mackenzie:**

MARTINS, C.L.M. “O problema MODn com composição de autômatos celulares unidimensionais: Resolução e simplificações”, 2016.

RUIVO, E.L.P. “Obtenção e utilização de grafos-limite de autômatos celulares elementares”, 2016.

**7.6) Dissertação concluída de Mestrado PPGEEC-Mackenzie:**

SOARES, Z. “Diferença entre templates de autômatos celulares unidimensionais binários”, 2016.

**7.7) Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Sistemas de Informação, FCI-Mackenzie:**

AMARAL, R.V. “Evolução de redes de mundo pequeno aplicada à classificação de densidade”, 2016.