UNIVERSIDADE PRESBITERIANA MACKENZIE

FACULDADE DE COMPUTAÇÃO E INFORMÁTICA

MATEMÁTICA

O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA ASTRONOMIA PARA O ENSINO MÉDIO

São Paulo - SP

2019

JEFFERSON DE CAMPOS BORGES

O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA ASTRONOMIA PARA O ENSINO MÉDIO

Monografia apresentada à Universidade Presbiteriana Mackenzie como parte das exigências para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Prof. orientador: ARIOVALDO JOSÉ DE ALMEIDA

SÃO PAULO – SP

2019

JEFFERSON DE CAMPOS BORGES

O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA ASTRONOMIA

PARA O ENSINO MÉDIO

Monografia apresentada à Universidade Presbiteriana Mackenzie como parte das exigências para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em

BANCA EXAMINADORA

Prof. ARIOVALDO JOSÉ DE ALMEIDA – Orientador

Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. ARIOVALDO JOSÉ DE ALMEIDA

Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof. Dra. Vera Lucia Antonio Azevedo

Universidade Presbiteriana Mackenzie

Dedico este trabalho à minha família, que apoiou, incentivou e acreditou em toda essa minha jornada dura, porém prazerosa.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por todas as oportunidades e alegrias, por nos prover com o dom do livre arbítrio, por nos ensinar a perdoar e por ser fonte de amor inesgotável.

Agradeço de todo coração minha família, começando pela Nanda, minha esposa, que me apresentou uma forma de amar e de viver tão repleta de amor e paz que eu acreditava ser apenas uma utopia; aos meus filhos Gabriel e Pedro Henrique, que me ensinaram o verdadeiro sentido da palavra amor e por me provarem que ele é multiplicativo; à minha mãe Neusa, por realizar este sonho junto a mim, desde o começo, acreditando e comemorando cada etapa vencida e ao meu pai João, símbolo de carisma e tranquilidade, grande exemplo de homem e pai.

Aos meus amigos, obrigado por tantas risadas, momentos maravilhosos e companheirismo; vocês, que sabem de quem eu estou falando, não tem ideia de como fazem minha vida melhor, de verdade.

Aos professores apaixonados pela profissão e pela Matemática, assim como eu, obrigado por servirem de exemplo e inspiração. Ariovaldo, meu orientador, você nasceu para a Matemática! Parabéns!

Agradeço novamente a Deus por colocar tantas pessoas especiais em minha vida e por me mostrar que a felicidade nos acompanha a todo momento, contanto que estejamos preparados para senti-la.

“Não queira consertar os outros, faça algo pela sua própria vida.”

Renato Russo

Matemática

Do grego "*matemathike*" = "*máthema*", compreensão, explicação, ciência, conhecimento, aprendizagem e "*thike*", arte. Portanto, a matemática é a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender os números e as formas geométricas. *Fonte: https://www.dicionarioetimologico.com.br/matematica/*

Astronomia
Do grego *aster*, astros, e *nomos*, lei. Ciência que se preocupa com a forma, grandeza, distância, organização, origem, evolução, composição e movimento de todos os corpos celestes. Divide-se em Astronomia de posição, Mecânica celeste, cosmologia, entre muitas outras subáreas.
Fonte: Costa, J. R. V. Unidades astronômicas. Astronomia no Zênite, jan 2004.

“Nossas preferências não determinam o que é verdade.”

(Carl Sagan – ★1934 - †1996)

“A ciência opera na fronteira entre conhecimento e ignorância. Não temos medo de admitir o que não sabemos. Não há vergonha nisso. A única vergonha é achar que temos todas as respostas.”

(Neil deGrasse Tyson – 2014)

RESUMO

Esta monografia tem como objetivo aproximar alguns elementos da Matemática ao universo da Astronomia, através de amostras simples, interessantes e de fácil entendimento aos alunos do Ensino Médio.

Será mostrado, por exemplo, como o homem conseguiu, na antiguidade, calcular o diâmetro do planeta Terra, para posteriormente medir sua distância ao nosso satélite natural, a Lua e também à nossa estrela, o Sol. Com o passar do tempo, esses procedimentos foram aperfeiçoados e notou-se que as unidades do Sistema Internacional (SI) eram ineficientes para a medição das grandes distâncias estelares, ou seja, centímetros, metros ou até mesmo quilômetros não eram adequados para calcular, por exemplo, a longitude entre dois planetas, estrelas e para descrever a órbita de astros e de outros corpos celestes.

Surgiram então a Unidade Astronômica (UA), os Anos-luz (AL) e os *Parsecs*, unidades de distância mais apropriadas para intervalos tão imensos em nosso universo. E para trabalhar com números infinitamente grandes ou infinitamente pequenos, o uso da notação científica faz-se necessária e imprescindível.

Geralmente, os astrônomos obtêm informações sobre os astros sem a possibilidade de tocá-los e muito menos de colher amostras; diante desta dificuldade, métodos como, por exemplo, a paralaxe e posteriormente, a deflexão de ondas de rádio foram desenvolvidos para que estes dados fossem obtidos com melhor precisão. E o homem conseguiu chegar, através de avanços tecnológicos, a estudos que datam dos primórdios do universo.

Palavras-chave: Astronomia; Sistema Solar; Notação Científica; Unidade Astronômica; Anos-luz; Parsecs; Paralaxe.

ABSTRACT

This monograph aims to approximate some elements of Mathematics to the universe of Astronomy, through simple, interesting and easy to understand samples to high school students.

It will be shown, for example, how man was able in ancient times to calculate the diameter of the planet Earth, to later measure its distance from our natural satellite, the Moon and also our star, the Sun. Over time, these procedures were improved and it was noted that the International System (SI) units were inefficient for the measurement of large stellar distances, and centimeters, meters or even kilometers were not adequate to calculate, for example, the longitude between two planets, stars and to describe the orbit of stars and other celestial bodies.

Then emerged the Astronomical Unit (UA), the Light Years (AL) and the Parsecs, the most appropriate distance units for such immense intervals in our universe. And to work with infinitely large or infinitely small numbers, the use of scientific notation becomes necessary and indispensable.

Generally, astronomers get information about the stars without the possibility of touching them, either taking samples; In view of this difficulty, methods such as parallax and, subsequently, deflection of radio waves were developed so that these data could be obtained with better precision. And man has been able to reach, through technological advances, studies that date back to the beginnings of the universe.

Keywords: Astronomy; Solar system; Cientific Notation; Astronomical Unit; Light-years; Parsecs; Parallax.

Lista de Figuras

Lista de gráficos

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Matemática e Astronomia são duas ciências que remetem aos primórdios da humanidade, sendo ambas fundamentais para seu desenvolvimento e evolução. Ao observar os movimentos e repetições das estrelas no céu, as antigas civilizações calculavam os melhores períodos para realizar o plantio, usado para sua própria sobrevivência.

A importância destas ciências não passou despercebida por grandes mentes da antiguidade, tanto que em 273 a.C., Erastóstenes, um grego que dispunha de bons conhecimentos astronômicos, presumiu que o planeta Terra era uma esfera e calculou, com incrível precisão para a época, que sua circunferência media 39.690 km; atualmente, temos conhecimento de que essa circunferência mede 40.057 km, portanto a descoberta de Erastóstenes teve margem de erro inferior a 1%.

Aliás, a Grécia Antiga foi berço de inúmeras mentes fabulosas, que contribuíram muito em áreas ou subáreas como a Matemática, Astronomia, Geometria, Trigonometria, Filosofia, Música, Medicina, História, entre outros; o curioso é que, naquela época, os estudiosos não se limitavam a apenas uma ciência, geralmente um matemático também era filósofo ou historiador; um músico também exercia a profissão de arquiteto e assim por diante.

Na Matemática, podemos citar nomes como Pitágoras, Tales de Mileto, Platão, Euclides, Arquimedes e outros, tão inovadores e importantes para esta fascinante ciência; porém, esta monografia tem por finalidade demonstrar como a Matemática pode, entre muitas outras formas, ser instruída através da Astronomia, e nomes como Erastóstenes, Aristarco, Hiparco e os já citados Tales e Pitágoras são de extrema importância para essa finalidade, pois conseguiram, através da geometria e da trigonometria, criar um modelo geocêntrico do universo*****, além de calcular as distâncias entre o planeta Terra e nosso satélite natural, a Lua e, posteriormente, a distância entre a Terra e o Sol.

À medida que a humanidade foi tomando conhecimento da imensidão do universo, surgiram os primeiros cálculos que ultrapassavam os limites do planeta Terra. Diante desta nova realidade, medidas astronômicas foram criadas, algumas bem conhecidas e outras nem tanto.

Diversas vezes ouvimos expressões como: “determinada estrela está a ‘*x*’ anos-luz de distância do planeta Terra”, ou então “viajou na velocidade da luz”; porém, quanto equivale esta distância? Ou então, qual a velocidade da luz? As respostas para estas questões estão ligadas diretamente à Astronomia, que usa essas medições como parâmetro para calcular grandes distâncias entre astros, estrelas e demais corpos celestes.

Entre essas medições, temos o ano-luz (AL) ou *light-year* (LY), em inglês, que apesar de ser o mais conhecido, muitas vezes é confundido com uma unidade de tempo; na verdade, o ano-luz corresponde à distância percorrida pela luz em um ano, portanto trata-se de uma unidade de distância.

Outra unidade de distância muito utilizada na Astronomia é denominada Unidade Astronômica (UA), em inglês, *Astronomic Unit* (AU), e refere-se à longitude entre o planeta Terra e o Sol, premiando todos os estudos e esforços dos pesquisadores e estudiosos da antiguidade, citados anteriormente.

A princípio, esta unidade foi considerada com aproximadamente 150 milhões de quilômetros. Em 2012, a União Astronômica Internacional, em reunião realizada em Pequim, na China, estabeleceu um padrão e um valor constante para a UA, definindo-a em 149.597.871 quilômetros, ou mais precisamente 149.597.870.700 metros.

Menos conhecido, porém não menos importante, o Parsec (pc) é uma unidade de distância mais complexa, usada em trabalhos científicos, na Astronomia, para representar distâncias estelares. Possui unidades múltiplas, como por exemplo, quiloparsecs (kpc), megaparsecs (Mpc) e gigaparsecs (Gpc), sendo que este último é utilizado para representar distâncias extragalácticas. Seus cálculos são obtidos através da trigonometria por um método chamado de paralaxe.

Ao longo desta monografia, vou trabalhar com essas unidades de medida de uma forma que o aluno do Ensino Médio conheça, relembre e quiçá se interesse por Astronomia, seus cálculos e ramificações. Conceitos geométricos, trigonométricos e algumas operações básicas da Matemática, imprescindíveis para o bom entendimento do conteúdo, acompanharão esta intersecção entre essas duas ciências fundamentais do cosmos.

OBJETIVOS

A relação entre Matemática e Astronomia, nos dias de hoje, infelizmente é pouco explorada no Ensino Fundamental e tampouco no Ensino Médio; a Matemática, em minha opinião, é a base do universo, e mesmo assim encontra muita rejeição por parte dos alunos, que a veem como uma disciplina complicada e com poucas aplicações no cotidiano, com exceção das operações fundamentais e básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão, além de porcentagem, números decimais e frações). Muitos docentes também encontram dificuldade em tornar a Matemática interessante, falhando em motivar os alunos e em inovar nos métodos de ensino.

A Astronomia é pouco explorada e conhecida pelos discentes, e muitas vezes, principalmente no ensino público, resume-se ao básico sobre nossa galáxia, a Via Láctea, seus planetas, satélites e estrelas.

É possível e muito válido ensinar Matemática através da Astronomia e vice-versa, e este é o grande objetivo desta monografia. Ambas são ciências muito antigas, que sempre estiveram e estarão presentes em praticamente todos os setores de nossas vidas, ligadas diretamente ao desenvolvimento constante da nossa sociedade. Grandes descobertas sobre os planetas e suas órbitas, o nascimento e a morte de estrelas (que pode resultar em estrelas de nêutrons ou até buracos negros, dependendo de sua massa), diferentes galáxias, cometas e outros corpos celestes, entre outras informações, tem um vasto poder para envolver os alunos, trazendo-os a um universo em constante expansão e repleto de curiosidades e aprendizados.

A Astronomia, por meio de muita observação, procura apresentar resultados e interpretações coerentes ao estabelecer teorias, quantificando e relacionando grandezas mediante o uso de geometria e funções matemáticas. Desta forma, obteve êxito em investigar e aprender sobre o passado, conhecer e entender o presente e programar e criar perspectivas sobre o futuro.

> *“Sem a Matemática, não poderia haver Astronomia; sem os recursos maravilhosos da Astronomia, seria completamente impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade.”*
>
> *Amoroso Costa*

A profissão de Astronauta certamente permeia os sonhos de muitos jovens, e uma iniciativa do Ministério da Educação (MEC), em 2009, ano da comemoração dos 40 anos da missão Apollo 11, promoveu o encontro, em tempo real, entre cientistas do Centro Espacial Ames, da Califórnia, que participaram de algumas missões à lua, com 120 alunos, visando estimular o aprendizado da ciência, educação espacial e Astronomia.

Outras boas iniciativas que podem ser aproveitadas são projetos como a criação de clubes de Astronomia, palestras, excursões a laboratórios astronômicos e planetários, cursos e oficinas, aquisição de telescópios, entre outros. Essas ações certamente despertarão nos alunos o gosto por Astronomia e consequentemente, pela Matemática e suas aplicações. O empenho de professores e colaboradores ligados à educação também é fundamental para tais projetos.

Esta monografia tem por objetivo despertar interesse e reaproximar os alunos da disciplina Matemática, mostrando-os que não existem apenas métodos triviais de ensino e aprendizado. Desejo também atingir os docentes que amam sua profissão e que não tem medo de inovar em seus métodos de ensino.

A seguir, veremos alguns conceitos de Matemática e Astronomia desde a antiguidade, além de cálculos envolvendo geometria plana, trigonometria e regra de três simples, além de conteúdos e operações envolvendo notação científica, anos-luz, unidade astronômica e parsecs.

1. A Astronomia na antiguidade

Desde muitos séculos anteriores à Era Comum, antigas civilizações chinesas já coletavam dados sobre o céu e seus ilustres ‘habitantes’: cometas, meteoros e estrelas foram estudados, possibilitando-os a utilizar o calendário com 365 dias desde então. Percebe-se que a necessidade de contar o tempo foi notada pelo ser humano desde seus primórdios. Da China para a Inglaterra, mais precisamente em Stonehenge, foi construído a cerca de 3.000 anos atrás, uma espécie de ‘templo’, formado por enormes pedras alinhadas com os solstícios.

Figura 9 – Stonehenge, Inglaterra

Fonte:http://cdn.history.com/sites/2/2015/04/hith-stonehenge-superhenge-iStock_000012937253Large-E.jpeg

O interesse pela Astronomia percorreu inúmeros locais do planeta Terra: na América Central, os Maias exploravam o céu e já tinham conhecimento sobre as posições do planeta Vênus e de eclipses; na África, os egípcios, através de sua crença religiosa e mitologia, deixaram diversos registros históricos. Mas foi na Grécia, localizada no continente europeu, que graças a mentes brilhantes, inúmeros progressos em diversas ciências foram adquiridos, principalmente na Matemática e Astronomia.

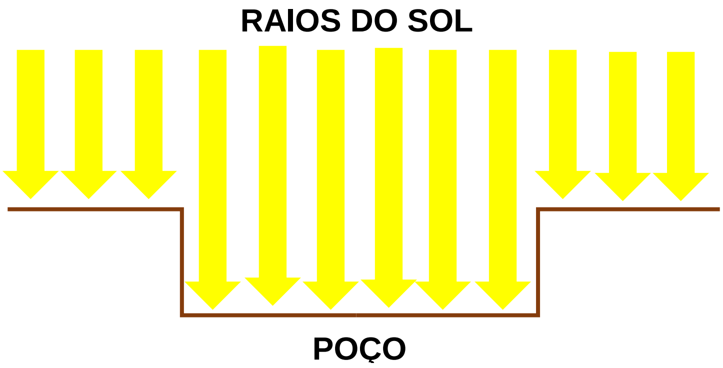
Erastóstenes de Cirene (276 a.C., 194 a.C.) era grego e foi uma destas magníficas mentes. Erastóstenes conseguiu, em sua época, demonstrar que o planeta Terra não era plano, através do cálculo do raio e diâmetro da Terra.

Para tal feito, tomou por base, primeiramente, que uma circunferência tem 360° e projetou a Terra partida ao meio, separada por frações semelhantes; bastava então descobrir a quantidade de frações iguais, o ângulo e o comprimento do arco de ao menos uma destas frações, que seria possível calcular o comprimento do planeta Terra.

Erastóstenes estava locado em Alexandria, no Egito, e tomou conhecimento de que, na cidade de Siena, também no Egito, ocorreria o solstício de verão no dia

21 de junho; contando com o auxílio do Sol, notou que ao meio dia o mesmo projetava-se direto para dentro de um poço, iluminando-o sem a formação de sombras em suas paredes.

Figura 10 – Simulação de como os raios do Sol, ao meio dia na cidade de Siena, atingem o fundo do poço na posição vertical, sem causar a formação de sombras



Fonte própria

Porém, neste exato instante em Alexandria, havia a projeção de sombras pela cidade, e Erastóstenes conhecia o motivo que reforçava sua tese: a Terra era redonda, pois se fosse plana, não haveria a exibição de sombras em nenhum local do planeta.

Seu próximo passo foi juntar as peças daquele quebra-cabeça geométrico: pouco antes do meio dia do dia 21 de junho, mediu a sombra projetada pelo Sol em Alexandria e obteve 7,2 graus, lembrando que ao mesmo tempo, na cidade de Siena, o Sol não projetava sombras no poço; Dividiu 360° (circunferência) por 7,2° e obteve como resultado 50, e descobriu que seriam necessárias 50 frações equivalentes à medida da longitude entre as cidades de Alexandria e Siena; sua última peça do quebra-cabeça seria então descobrir a distância entre estas duas cidades.

Erastóstenes, após receber auxílio do rei local, conseguiu a última peça que faltava: enfim, tinha em mãos o valor da distância entre as cidades de Alexandria e Siena, 800 quilômetros.

Ilustrando o estratagema de Erastóstenes, temos:

Legendas:

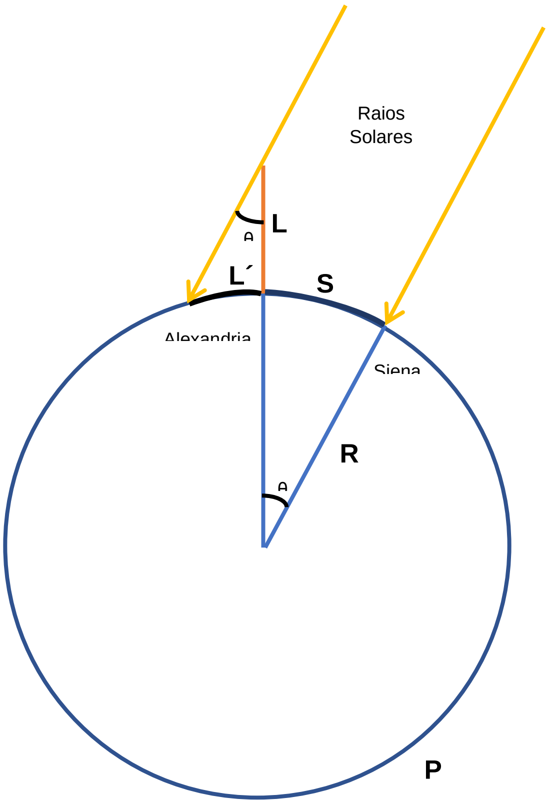
- ***S*** corresponde a distância entre as cidades de Alexandria e Siena;

- ***θ*** (*teta*) corresponde ao ângulo formado pela fração da distância entre as cidades de Alexandria e Siena;

- ***R*** corresponde ao raio do planeta Terra;
- ***P*** corresponde ao perímetro da Terra;

- ***L*** corresponde ao tamanho do poste;
- ***L'*** corresponde ao comprimento da sombra do poste.

Figura 11 – Esquema do estratagema de Erastóstenes



Fonte própria

Com todos os dados disponíveis, Erastóstenes pôde enfim calcular o perímetro (P) da Terra, através da equação a seguir:

$$\frac{P}{2\pi} = \frac{S}{\theta}$$

Preenchendo a mesma equação, agora com os valores obtidos:

$$\frac{P}{360°} = \frac{800\ km}{7{,}2°}$$

Aplicando a regra de três simples, calcula-se:

P * 7,2 = 360 * 800
P(7,2) = 288.000

$$P = \frac{288.000}{7,2} = 40.000$$

P = 40.000 km

Com a resolução da equação acima, o perímetro do planeta Terra foi calculado em 40.000 km; de acordo com os valores obtidos por Erastóstenes e aplicando a equação que associa o perímetro de uma circunferência com seu raio, temos:

P = 40.000

π = 22/7 ou 3,14 *(valor estipulado por Arquimedes*)*

R = corresponde ao raio do planeta Terra

Logo, a equação a ser desenvolvida é:

P = 2πR, ou seja, 40.000 = 2*(3,14)*R

Para encontrar o valor de *R*, basta isolá-lo na equação:

$$R = \frac{40.000}{2*3,14} =$$

$$R = \frac{40.000}{6,28} =$$

R = 6.369 km

Portanto, o valor do raio da circunferência da Terra, determinado por Erastóstenes (6.369), foi incrivelmente próximo do valor real médio de 6.378 km, a partir da linha do Equador.

2. Uso da Notação Científica

As primeiras tentativas de um método para calcular números colossais datam da Grécia Antiga, mais precisamente da mente prodigiosa de Arquimedes. Ele foi o precursor da ideia do infinito, ao desejar contar os grãos de areia de uma praia, chamada Siracusa. Arquimedes inclusive escreveu uma obra sobre o tema, denominada *O Arenário*, onde (pasmem) buscava encontrar a quantidade de grãos de areia necessários para preencher o universo, como se fosse uma gigantesca esfera.

Porém, para alcançar tal feito, enfrentou duas grandes adversidades: primeiramente, teria que calcular as dimensões do universo; em segundo lugar, necessitaria inventar uma forma de escrever o número descomunal que representaria a quantidade de grãos de areia a preenchê-lo, pois à época a escrita grega estava limitada a números inferiores a 100.000.000.

A primeira adversidade foi transposta graças à Astronomia; Arquimedes consultou obras de homens como Aristarco de Samos e seus esboços sobre o Sistema Heliocêntrico, que descrevia o movimento de rotação do planeta Terra, além do movimento de translação, ao redor do Sol.

O segundo dissabor foi superado com a idealização de um novo sistema de numeração infinito, onde qualquer número desejado seria possível ser representado. Arquimedes recorreu aos logaritmos, redigindo os números em potências de 8 na base 10.

Arquimedes havia solucionado, então, um incômodo contratempo com números colossais; mas e em relação aos números infinitamente pequenos? Ele também contribuiu nesse sentido, ao criar uma série geométrica decrescente, que evoluiu o cálculo infinitesimal.

Figura – Arquimedes (287 – 212 a.C.)

Fonte: http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20012/Severo/arquimedes.html

Após o grande legado de Arquimedes, temos a notação científica, até os dias de hoje, como uma ótima opção para cálculos com números ou muito grandes ou muito pequenos. Para escrever um número em notação científica, basta selecionar um número maior ou igual a 1, porém menor que 10, e multiplica-lo por uma potência de 10.

Será fácil notar, ao longo desta monografia, a presença de números colossais para representações como a conversão de anos-luz em quilômetros, grandes distâncias estelares e interplanetárias, ou números relativamente pequenos, como por exemplo, o cálculo da paralaxe de alguma estrela longínqua.

Convenientemente, o estudo das notações científicas mostrar-se-á deveras útil para a realização de cálculos, conversões e simplificações, ainda mais se tratando de cálculos astronômicos.

Exemplos de números escritos em notação científica:

- $7,5 * 10^6$
- $4,011 * 10^{-9}$
- $3,1415 * 10^3$

2.1. Escrevendo números em notação científica

É fundamental que haja apenas uma casa decimal antes da vírgula, pois apenas para relembrar, o número deve estar compreendido entre 1 e 10. Na sequência, conta-se por quantas vezes a vírgula foi movida para a direita e usa-se o resultado destas contagem como expoente de uma base 10. Após isto, basta escrever o número anterior à vírgula multiplicando a potência de 10.

Exemplo: escrever, em notação científica, o número 149.597.871:

Busca-se primeiramente um número entre 1 e 10, à esquerda; neste exemplo, é o número 1. O próximo passo consiste em contar, da direita para a esquerda, todos os números após a vírgula; como nosso imenso número não possui casas após a vírgula, deve-se contar todas as casas, exceto o número 1, já escolhido como referência.

Portanto, separamos o primeiro número, que neste caso é o 1; após o número 1, há 8 números distintos; mas nenhum após a vírgula. Logo, conta-se 8 casas para a inclusão da vírgula, e o número ficará assim: 1,49597871, mas como a intensão é simplificar, podemos arredondar de acordo com o próximo número à direita, e tem-se: 1,50.

A ação seguinte é multiplicar 1,50 pela base 10; anteriormente, contamos 8 casas até chegar a vírgula, então o resultado é:

$$\mathbf{1,50*10^8}$$

Como próximo exemplo, escrever o número 0,0077 em notação científica; nota-se que o referido número é inferior ao número 10.

Neste caso, a vírgula deverá ser movida para a direita, neste caso, 3 vezes, e assim obtém-se 7,7; agora basta apenas multiplicar pela base 10 e elevar ao número de casas contadas após a vírgula, que neste caso, foi 3; lembrando que o número é menor que um, deve-se elevar o número de casas contadas pelo negativo do número, pois a conta é inversa à conta anterior. Obtemos então:

$$\mathbf{7,7*10^{-3}}$$

3. Distâncias do planeta Terra

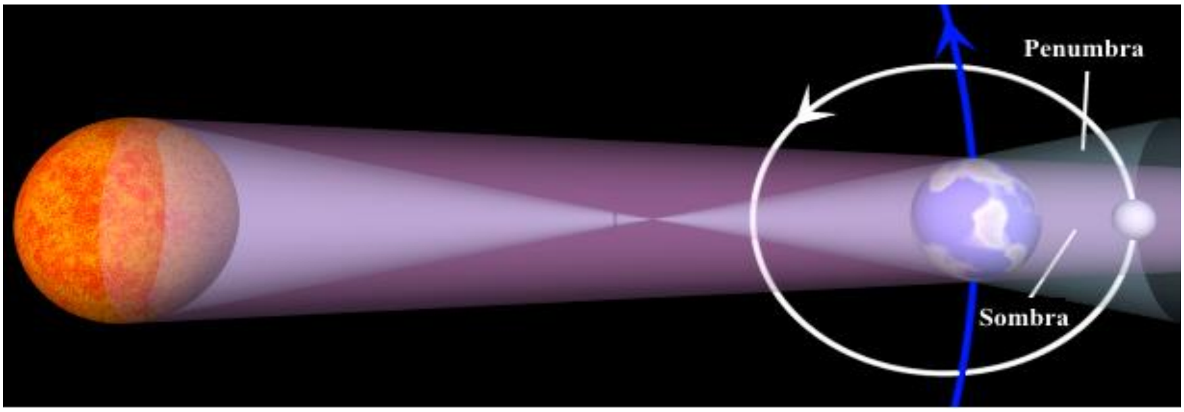
3.1. Distância do planeta Terra à Lua

A distância entre a Terra e a Lua também foi objeto de interesse de grandes mentes desde a antiguidade. Um dos primeiros sábios a calcular essa distância foi um conterrâneo de Erastóstenes, Aristarco de Samos (310 a.C, 230 a.C), que inclusive publicou uma obra sobre o tema, chamado: *Sobre os tamanhos e distâncias entre o Sol e a Lua*. Essa obra, apesar de apresentar resultados insatisfatórios se comparados às reais e atuais aferições sobre essas longitudes, impressiona pela assertividade do pensamento lógico de Aristarco.

E foi através da geometria de um eclipse lunar total que Aristarco estimou a distância entre a Terra à Lua.

3.1.1. Método do eclipse lunar

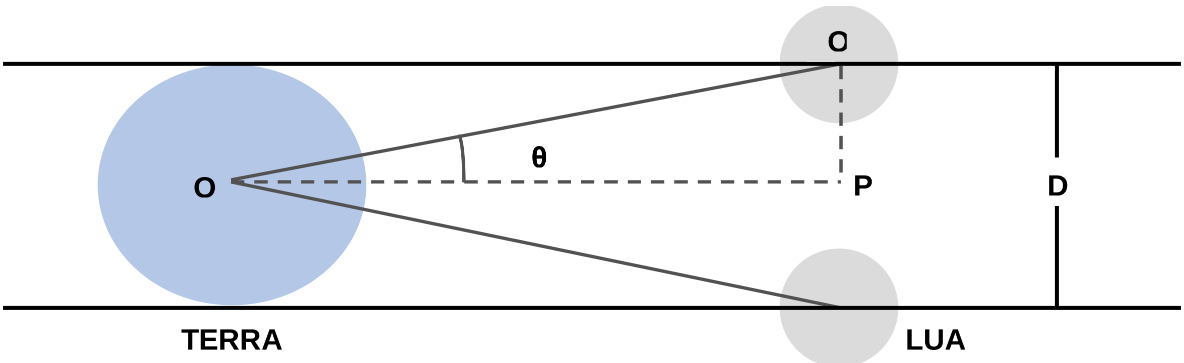
Figura – Representação gráfica de um eclipse lunar



Fonte: http://www.observatorio.ufmg.br/pas74.htm

Na ilustração abaixo, será considerado o momento exato em que a Lua projeta-se na sombra do planeta Terra:

Figura – Momento em que a Lua projeta-se na sombra do planeta Terra



Fonte própria

Para um melhor entendimento do gráfico acima, vamos tomar como base:

- ***D*** corresponde ao diâmetro da Terra (2 vezes o raio da Terra, ou $\mathbf{2*R_T}$);
- O segmento de reta $\overline{OQ}$ corresponde à distância da Terra à Lua, e será representado também por $\mathbf{DT_L}$;
- O triângulo formado pelos vértices ***OPQ*** será representado na equação por:

$$\mathbf{DT_L = R_T / sen\ \theta}$$

O valor de **θ** poderá ser determinado considerando um mês lunar (≈27,322 dias) e o ângulo de 360° que a Lua percorre neste período. Desse modo, o tempo gasto em uma volta completa em torno da Terra e o tempo decorrido para a Lua completar o arco de círculo (**2*θ**), equivale à razão entre o ângulo e 360°.

Diante deste cenário, surge uma nova equação a ser considerada:

$$\mathbf{T_{21} / 27{,}322\ dias = 2*\theta / 360°}$$

Deve-se aferir também quanto tempo a Lua emprega, no início do eclipse, para iluminar sua metade escura, quando esta sair da sombra do planeta Terra. Esse tempo será designado como $\mathbf{T_{21}}$, ao supor que esse tempo corresponda a 21 minutos.

$$\mathbf{\theta\ (\textit{teta}, em\ graus) = \tfrac{1}{2} * 360° * (T_{21} / 27{,}322\ dias)}$$

Figura – Sequência de um eclipse lunar total

Fonte: http://www.observatorio.ufmg.br/pas74.htm

Recapitulando:

- **θ** (graus) é o valor a ser encontrado;
- **½ * 360°** corresponde à metade da circunferência do mês lunar;
- **T_{21}** corresponde ao tempo que a Lua gasta para que uma de suas metades saia da sombra do planeta Terra até ficar iluminada;
- **27,322** dias corresponde, em média, ao mês lunar.

Exemplificando:

$\theta = ½ * 360 * (T_{21} / 27,322) =$

$\theta = 180 * (0,77) =$

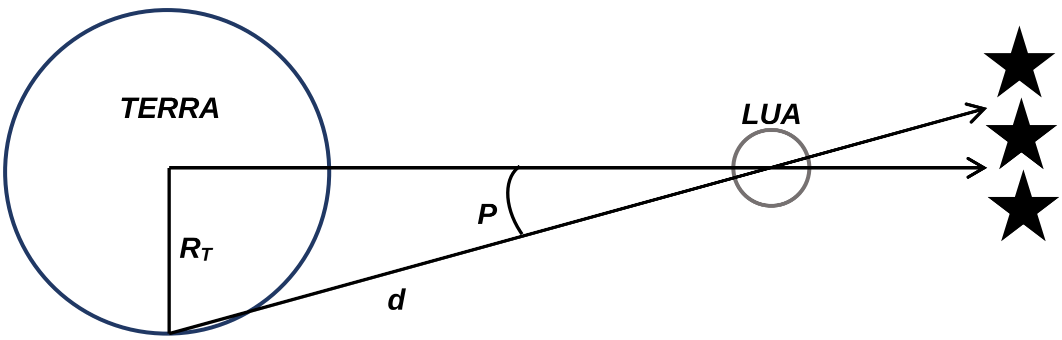
$\theta = 138,6\ °$

Desta forma, ao obter o valor de **θ** em graus, e conhecendo o raio do planeta Terra, é possível calcular a distância entre a Terra e a Lua.

Outro método utilizado para determinar a longitude entre a Terra e a Lua era chamado de triangulação ou paralaxe, através do uso do próprio diâmetro do planeta Terra.

3.1.2. Método da Triangulação ou Paralaxe Geocêntrica

Figura – Esquema de Triangulação ou Paralaxe



Fonte própria

Esse método consiste em aferir a posição da Lua, em referência às estrelas longínquas, por duas vezes, de pontos distantes do planeta Terra. Dá-se o nome de paralaxe à metade da variação total encontrada na direção observada destes dois pontos, demarcados em lados opostos da Terra.

Conhecida como paralaxe geocêntrica, pode ser expressa pela equação:

$$\mathbf{P}\ (\boldsymbol{rad}) = \frac{\boldsymbol{RTerra}}{\boldsymbol{d}} \rightarrow \quad \boldsymbol{d} = \frac{\boldsymbol{RTerra}}{\boldsymbol{P(rad)}}$$

Onde:

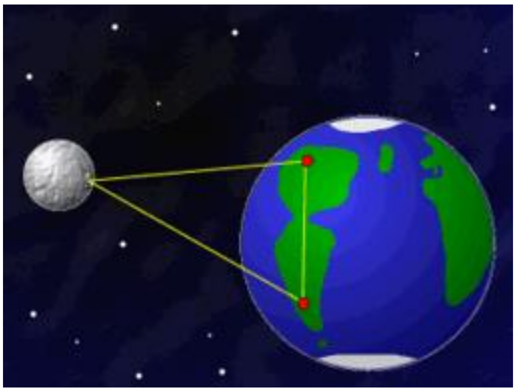
- ***P*** corresponde à paralaxe geocêntrica, em radianos (*rad*);
- $\boldsymbol{R_{Terra}}$ corresponde ao raio do planeta Terra;
- ***d*** corresponde à distância da Terra à Lua.

Considerando a paralaxe em 0,0166 (*rad)*, e o raio da Terra em 6.371 km, temos:

$$\boldsymbol{0{,}0166} = \frac{\boldsymbol{RTerra}}{\boldsymbol{d}} \rightarrow \quad \frac{\boldsymbol{RTerra}}{\mathbf{0{,}0166}} = \mathbf{384.397{,}2487027}$$

d (distância entre Terra-Lua): ≈384.400 km

Figura – Triangulação entre a Lua e a Terra



Fonte: http://astro.if.ufrgs.br/dist/dist.htm#cayennemarte.gif

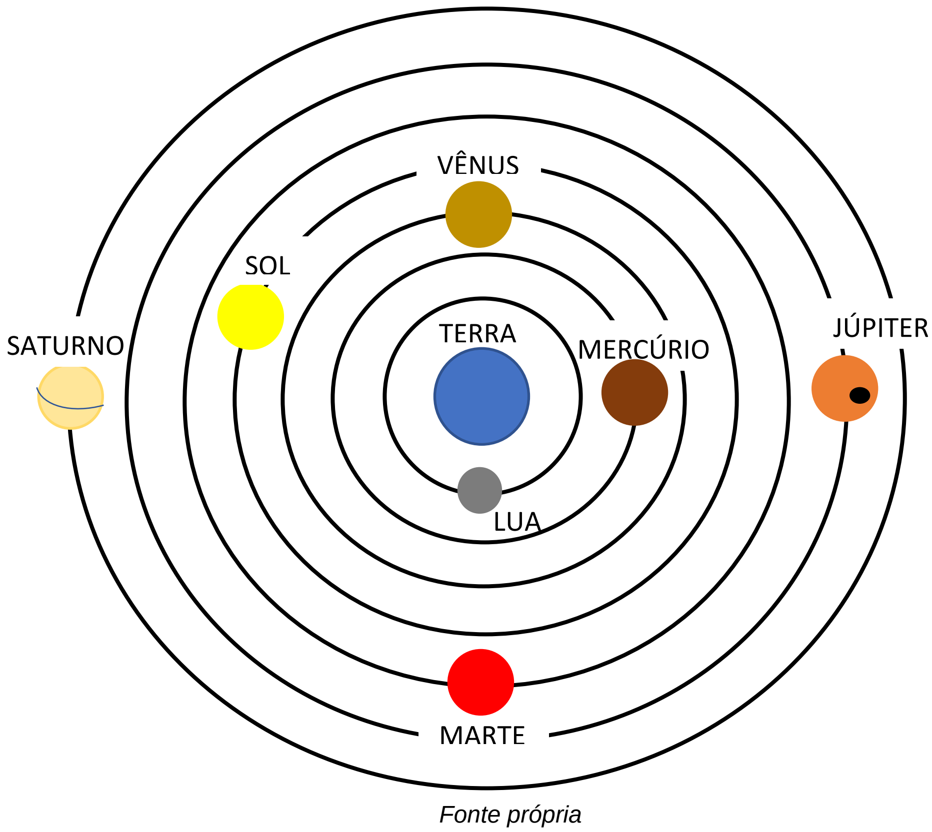
Hoje em dia é possível determinar a distância da Lua ao planeta Terra através da projeção de um potente raio laser, que é refletido em espelhos deixados na superfície lunar pelas missões Apollo 11 e Apollo 14.

3.2. Distância do planeta Terra ao Sol

Aristarco, além de aferir a longitude entre o planeta Terra e a Lua, também foi o primeiro a defender o modelo Heliocêntrico, contrariando outros estudiosos da época, que acreditavam no modelo Geocêntrico. A principal diferença entre os modelos citados é que no modelo Geocêntrico, acreditava-se que era o planeta Terra que ocupava o centro do Sistema Solar, e os outros planetas, além do próprio Sol, orbitavam-na em movimentos circulares; no modelo Heliocêntrico, o Sol habita o centro do nosso Sistema Solar e os planetas orbitam-no em movimentos elípticos. Atualmente sabemos que o modelo Heliocêntrico é o correto.

Aristarco criou os primeiros esboços deste modelo, também conhecido como Teoria Heliocêntrica e, consequentemente, mediu a distancia entre o planeta Terra e o Sol. Posteriormente, o matemático e astrônomo polonês Nicolau Copérnico (1473 d.C, 1543 d.C.) aperfeiçoou esta proposta, que até aquele momento não era aceita, com cálculos e valores mais precisos.

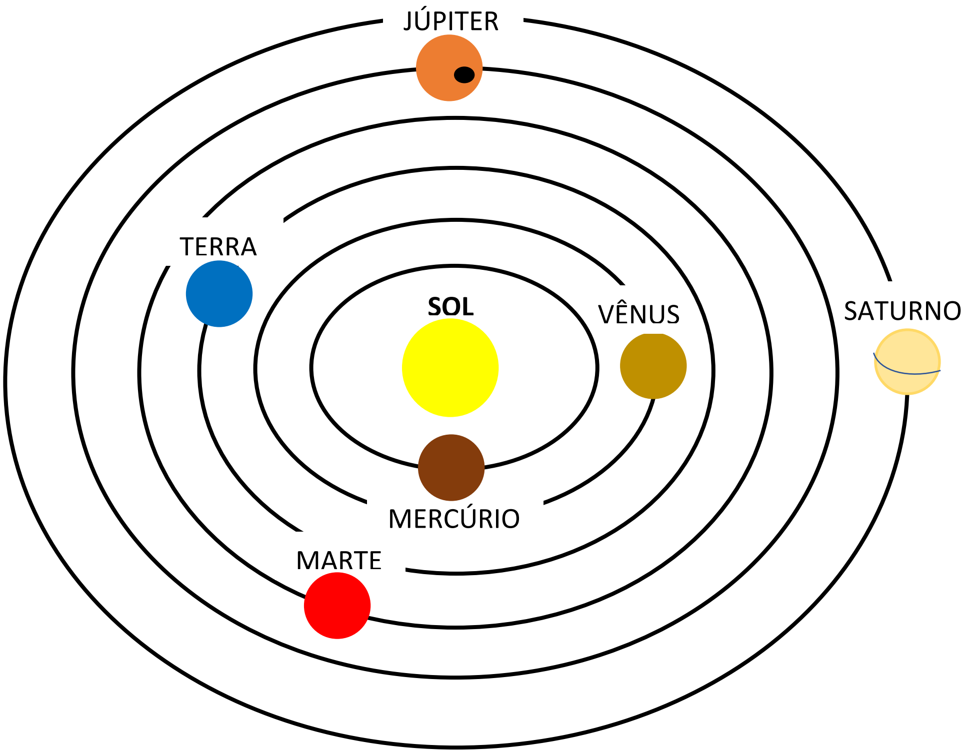
Figura – Representação do modelo Geocêntrico, com os planetas descobertos na época



Fonte própria

Percebe-se, através do gráfico acima, que os planetas Urano e Netuno, e o planeta-anão Plutão, ainda não haviam sido descobertos pelos astrônomos da época.

Figura – Representação do modelo Heliocêntrico, com os planetas descobertos na época



Fonte própria

Obs.: a Lua não está retratada neste esquema acima, pois sua órbita acompanha a órbita terrestre, portanto apresenta variação em relação ao Sol.

> [...] Em 1543, uma hipótese bem diferente para explicar o movimento aparente dos planetas foi publicada por um clérigo católico polonês chamado Nicolau Copérnico. Sua imagem mais assustadora foi a proposição de que o Sol, e não a Terra, era o centro do universo. A Terra foi admitida como um dos planetas, o terceiro em relação ao Sol [...] (SAGAN, 1980, p. 53)

Copérnico, através de sua grande obra denominada *De Revolutionibus*, publicada no ano de seu falecimento, em 1543, deixou grandes feitos para a Astronomia, como por exemplo, adotou o conceito de que a Terra era, como todos os outros, um planeta que orbitava o Sol, relembrando que até aquele momento apenas seis planetas eram conhecidos; além disso, determinou a ordem correta dos planetas, em relação ao Sol, em: Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter e Saturno, estabelecendo suas respectivas distâncias com base na longitude Terra-Sol, e também concluiu que a velocidade orbital de um planeta é maior, quanto mais ele estiver próximo ao Sol.

Será descrito a seguir, duas formas de aferir a distância do planeta Terra ao Sol.

3.2.1. Empregando a distância da Terra à Lua como base para calcular a distância entre a Terra e o Sol

O primeiro método provém novamente de Aristarco de Samos, que já conhecia a distância da Terra à Lua e, como já foi citado, presumia que a Terra orbitava o Sol, e não vice-versa.

Em sua obra “*Sobre os tamanhos e distâncias entre o Sol e a Lua”,* Aristarco listou seis hipóteses baseadas em Geometria, onde constam as dimensões do cosmo estudadas por ele.

Figura – Texto em grego com as seis hipóteses da obra de Aristarco

ΑΡΙΣΤΑΡΧΟΥ ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ
ΑΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ ΗΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ

ARISTARCO NOS TAMANHOS E DISTÂNCIAS DO SOL E DA LUA

(ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ)

(HIPÓTESES)

α΄. Τὴν σελήνην παρὰ τοῦ ἡλίου τὸ φῶς λαμβάνειν.

β΄. Τὴν γῆν σημείου τε καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν.

γ΄. Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, νεύειν εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν τὸν διορίζοντα τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν τῆς σελήνης μέγιστον κύκλον.

δ΄. Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε αὐτὴν ἀπέχειν τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου τῷ τοῦ τεταρτημορίου τριακοστῷ.

ε΄. Τὸ τῆς σκιᾶς πλάτος σεληνῶν εἶναι δύο.

ϛ΄. Τὴν σελήνην ὑποτείνειν ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζῳδίου.

Fonte: https://www.if.ufrgs.br/novocref/?contact-pergunta=determinacao-da-distancia-terra-sol-na-antiga-grecia, inclusive as traduções do título e subtítulo

A tradução, retirada da mesma fonte da figura, indica as seguintes hipóteses:

1 – A Lua recebe a sua luz do Sol.

2 – A Terra está no centro da órbita circular da Lua.

3 – Quando a Lua está em Quarto Crescente ou Minguante, o círculo que divide a Lua na sua parte brilhante e escura é paralelo ao raio Terra-Lua.

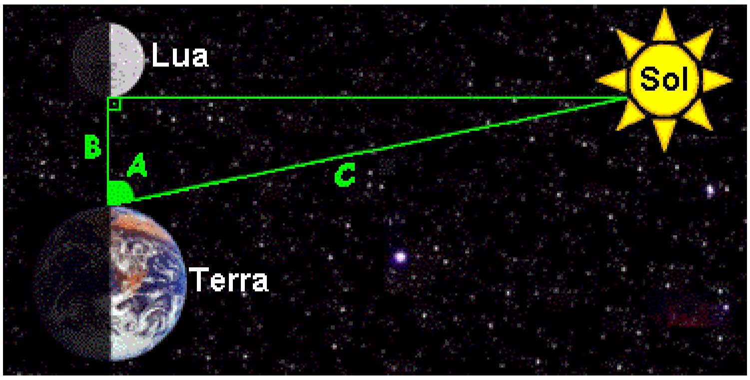
4 – Quando a Lua está em Quarto Crescente ou Quarto Minguante, o ângulo Lua-Sol-Terra é 3 graus.

5 – O diâmetro angular da Lua e o do Sol em relação à Terra é 2 graus (*0,5 graus)*.

6 – O diâmetro do cone de sombra da Terra é duas vezes o diâmetro da Lua.

Com base na terceira hipótese de Aristarco, temos:

Figura – Cálculo da distância da Terra ao Sol, por meio da Trigonometria



Fonte: http://www.zenite.nu/aristarco-de-samos-e-a-distancia-terra-sol/

A equação da figura acima pode ser representada por:

$$\textbf{\textit{Cos A}} = \frac{B}{C}$$

Onde:

- ***B*** corresponde à longitude entre o planeta Terra e a Lua;

- ***A*** corresponde à separação angular entre o Sol e a Lua, observado por um expectador na Terra;

- ***C*** corresponde à distância entre a Terra e o Sol, lembrando que a mesma é a medida ***B*** dividida pelo cosseno do ângulo ***A***. De acordo com Pitágoras, o cosseno de um ângulo é a medida do cateto adjacente a esse ângulo (segmento ***B***), dividido pela hipotenusa do triângulo retângulo ***C***.

Isola-se o ***C*** para descobrir a distância Terra-Sol, e obtêm-se a equação:

$$\mathbf{C} = \frac{B}{\cos A}$$

Ou seja, a distância entre Terra-Sol equivale à distância Terra-Lua dividida pelo cosseno do ângulo formado pela separação angular entre Lua-Sol.

3.2.2. Empregando a paralaxe heliocêntrica para calcular a distância entre a Terra e o Sol

Conforme o planeta Terra realiza o movimento de translação, é possível aferir a posição de uma estrela, comparando-a com outras estrelas, ao fundo da mesma. Enquanto a Terra está de um lado do Sol, é realizada uma medição; um semestre depois, quando a Terra está posicionada do outro lado do Sol, outra medição é feita. A paralaxe heliocêntrica, utilizada para aferir longitudes de estrelas mais próximas, corresponde à metade do desvio total na posição da estrela.

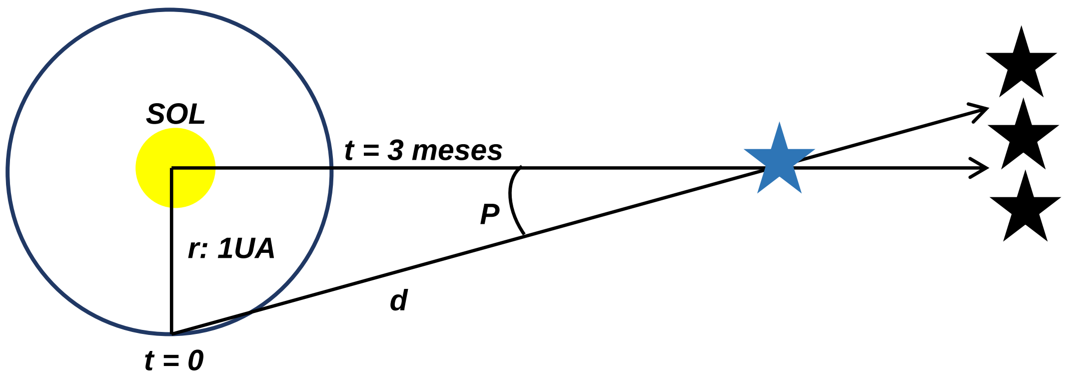
A paralaxe heliocêntrica pode ser expressa por:

$$p(rad) = \frac{\textbf{raio da órbita da Terra}}{d} \longrightarrow d = \frac{1\ UA}{p(rad)}$$

Onde:

- ***p*** corresponde à paralaxe heliocêntrica, em radianos;
- ***UA*** refere-se à Unidade Astronômica, uma unidade de distância que corresponde à longitude do planeta Terra ao Sol, definida pela União Astronômica Internacional em 149.597.871 km.

Figura – Representação da paralaxe heliocêntrica



Fonte própria

3.2.3. Conceito de paralaxe

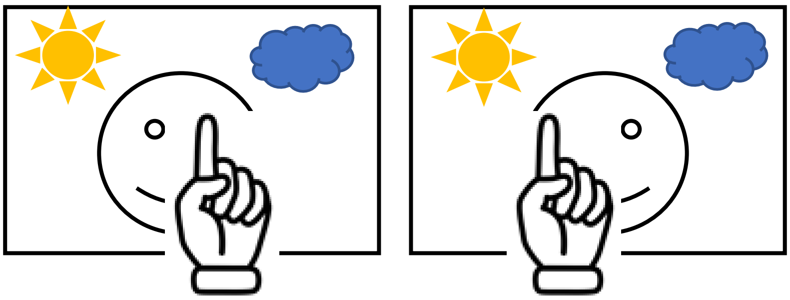
A paralaxe consiste na diferença da posição aparente de um objeto, desde que visto por observadores em locais distintos.

> Antes da invenção do telescópio, a paralaxe até das estrelas mais próximas era muito pequena para ser detectada. Somente no século XIX é que a paralaxe de uma estrela foi medida. Tornou-se então claro, diretamente decorrente da geometria grega, que as estrelas estavam a anos-luz de distância. (SAGAN, 1980, p. 189)

Uma pequena palavra se comparada às dimensões astronômicas que mensura em nosso universo; paralaxe, do grego, *paralaxis*, significa ‘mudança’, e causa um efeito incrível no Cosmos.

Para começar, a lógica da paralaxe pode ser compreendida com uma simples experiência caseira: basta erguer o dedão defronte ao seu rosto; feche um dos olhos e observe seu dedão; agora, abra o outro olho e feche o que estava aberto; você verá que seu dedão aparentemente mudou de posição, em relação ao plano de fundo, mas na verdade ele apenas foi visto de perspectivas diferentes. Na Astronomia, é a órbita da Terra que é usada como parâmetro, com base nos meses de janeiro e julho, pois em janeiro o planeta Terra está de um lado do sol, e em julho, de outro.

Figura – Representação simples do movimento de uma paralaxe



Fonte própria

Por mais incrível que pareça, essa ideia pode ser transportada para a Astronomia; para tanto, devemos observar um objeto a partir de dois pontos distintos de referência, em uma mesma linha de base e então aferir o ângulo deste deslocamento.

A paralaxe será menor o quanto mais longínqua encontrar-se a estrela, e sua forma de medida mais comum é em segundos de arco (“).

Como exemplo, uma estrela que possua a distância de 1”, representa, em valores:

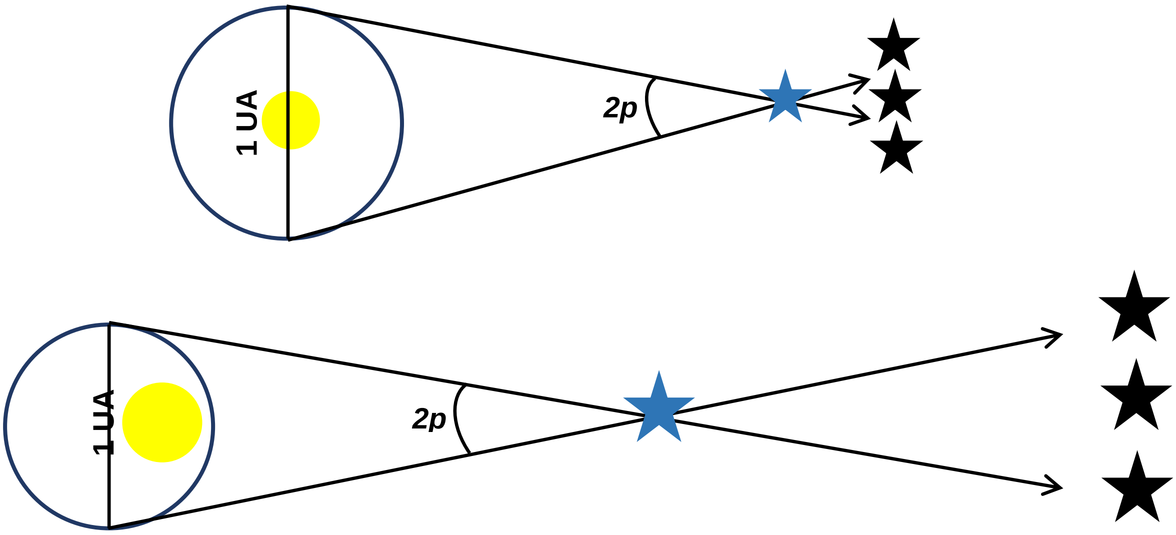
- 206.265 UA (Unidades Astronômicas) = $3{,}1 \cdot 10^{16}$m = 3,26 anos-luz;

- 3,26 anos-luz equivale a 1 parsec (pc)

Para calcular a distância da estrela em parsec, basta conhecermos a medida em paralaxe (π”). Portanto, se uma estrela encontra-se com π = 0,1”, sua distância será de 10 parsecs. Presume-se então que essa mesma distância, medida em UA equivale a:

$$\boldsymbol{d(pc) = \frac{1}{\pi''}}.$$

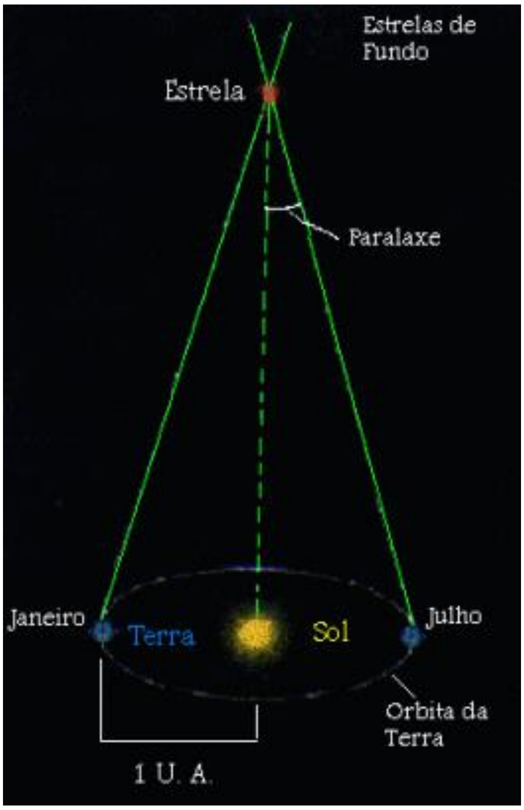
Figura – A paralaxe será menor a medida que o objeto observado estiver mais distante



Fonte própria

A estrela mais próxima do Sol, denominada Alfa de Centauro, é detentora do maior valor conhecido de paralaxe, com π = 0,76”. Em parsecs, essa distância corresponde a 1,3 pc e também a 4,3 anos-luz.

Figura – Método de paralaxe, para determinação de uma distância estelar, observada em dois períodos distintos



Fonte: http://www.astro.iag.usp.br/~jane/aga215/apostila/cap08.pdf

Os conceitos e maiores informações sobre Ano-Luz, Unidade Astronômica e Parsec serão abordados nos próximos capítulos.

4. Ano-Luz (AL)

Confundida muitas vezes como uma unidade de tempo, o ano-luz (AL) é uma unidade de distância que uma partícula de luz, denominada fóton, percorre durante um ano, no vácuo. Entre as unidades de distância usadas na imensidão do espaço, é a mais utilizada.

Em todo universo, pelo menos por enquanto, não há nada mais rápida que a velocidade da luz. O fóton tem a capacidade de deslocar-se a aproximadamente 300.000 quilômetros por segundo. Para calcularmos a distância percorrida pelas partículas de luz em um ano, vamos usar os seguintes parâmetros:

Velocidade da luz: aproximadamente 300.000 quilômetros por segundo (km/s);

Para facilitar o entendimento, vamos considerar a seguinte tabela de cálculos com segundos:

SEGUNDOS (s)	
1 minuto	60
1 hora	3.600
1 dia	86.400
1 ano	31.536.000

Agora, para sabermos quanto equivale um ano-luz, basta multiplicarmos a velocidade da luz pelo número de segundos que existem em um ano:

300.000 km * 31.536.000 = 9.460.800.000.000 km

Portanto, a luz percorre cerca de 9,5 trilhões de quilômetros em um ano!

Segue abaixo uma tabela com algumas estrelas e sua distância, em anos luz e quilômetros, em relação ao Sol:

ESTRELA:	DISTÂNCIA DO SOL (em anos-luz)	DISTÂNCIA DO SOL (em quilômetros)
α Centauri C	4,23	40,019 trilhões
Sirius	8,58	81,174 trilhões
ε Eridani	10,5	99,34 trilhões
Groombridge 1618	15,9	150,43 trilhões
107 Piscium	24,4	230,84 trilhões
Arcturus	36,7	347,21 trilhões
Aldebarã	66,6	630,09 trilhões
Gacrux	88,56	837,85 trilhões
Betelgeuse	500	4,73 quatrilhões

“O que eram as estrelas? A resposta é: As estrelas são sóis poderosos, a anos-luz de distância na vastidão do espaço interestelar.” (SAGAN, 1980, p. 190).

Na tabela acima, calculamos a quantidade de anos-luz de distância de determinadas estrelas ao Sol, multiplicando-a pela quilometragem que ela percorre em um ano, ou seja, 9.460.800.000.000 quilômetros; é possível calcular também a longitude do Sol ao planeta Terra, em anos-luz:

Distância da Terra ao Sol: 149.597.871 quilômetros

Distância da Terra ao Sol calculada em anos-luz:

$$\frac{149.597.871}{9.460.800.000.000} \text{ km} = 0{,}01581 \text{ anos-luz}$$

Nota-se que utilizamos a divisão, pois a distância entre esses astros não atinge a marca de um ano-luz, ao contrário, está em um valor bastante abaixo; portanto, da mesma forma que calculamos o ano-luz, podemos calcular seus submúltiplos também, como por exemplo, a hora-luz, minutos-luz e até mesmo os segundos-luz.

A divisão acima resultou que a Terra está a 0,00001581 anos-luz de distância do Sol, porém não é um valor prático para ser mencionado e muito menos para a realização de cálculos; logo, como citado acima, pode-se reduzir os anos-luz para hora-luz, minuto-luz ou segundo-luz. Segue abaixo uma forma de calcular os submúltiplos dos anos-luz:

Velocidade da luz (exata): 299.792,796 km/s
Velocidade da luz aproximada (para simplificar os cálculos): 300.000 km/s

Temos então:

1 segundo-luz: 300.000 km

1 minuto-luz: 300.000 * 60 = 18.000.000 km

Distância entre o Sol e a Terra: 149.597.871 km

Dividindo a distância entre o Sol e a Terra pelo valor encontrado de um minuto-luz, em quilômetros, obtemos:

$$\frac{149.597.871\ \cancel{km}}{18.000.000\ \cancel{km}} = 8{,}310 \approx 8 \text{ minutos-luz de distância}$$

Descobrimos que o Sol está a 8 minutos-luz do planeta Terra; isso significa que a luz que podemos observar dele é de 8 minutos no passado; logo, se pudéssemos observar a estrela Próxima Centauri a olho nu, estaríamos vendo-a 4,23 anos atrás, pois é o tempo que sua luz levaria para chegar à Terra.

No caso do nosso satélite natural, a Lua, a distância que o separa do planeta Terra é de 384.400 km; com os dados obtidos acima, calcula-se então:

1 segundo-luz: 300.000 km

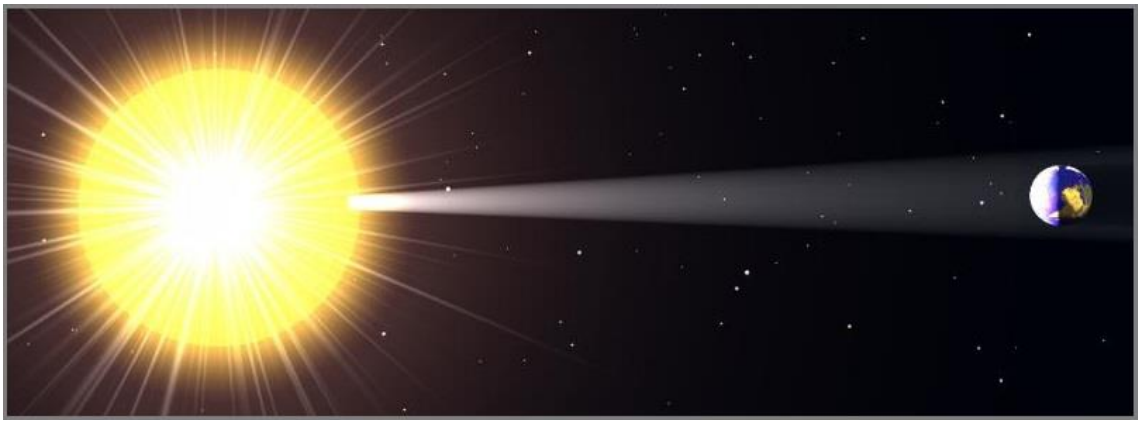
Distância entre a Lua e a Terra: 384.400 km

Segundos-luz que separam a Lua do planeta Terra:

$$\frac{384.400\ \cancel{km}}{300.000\ \cancel{km}} = 1{,}28 \text{ segundos-luz}$$

Conclui-se então que a luz, a partir do planeta Terra, atinge a superfície lunar em apenas 1,28 segundos.

Figura 1 - A luz do Sol leva cerca de 8 minutos para atingir o planeta Terra.



Fonte: http://blog-superinteressante.blogspot.com/2011/01/qual-distancia-entre-o-sol-e-terra.html

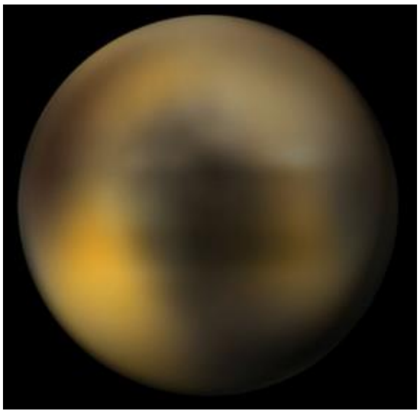
Para um melhor entendimento, segue abaixo alguns exemplos de conversão (distância média) de quilômetros para anos-luz; serão utilizados três diferentes parâmetros: Plutão, um planeta anão do nosso Sistema Solar; Plêiades, um longínquo aglomerado de estrelas e o parsec, uma importante unidade de distância. Um parsec equivale a aproximadamente 3,26 anos-luz. O ponto de origem, em todos os casos, foi nossa estrela reluzente, o Sol.

Plutão: 5.922.000.000 de quilômetros de distância do Sol

$$\frac{5.922.\cancel{000.000}}{9.460.800.\cancel{000.000}} \text{ km} = 0{,}0006260 \text{ anos-luz}$$

Temos então, através da divisão, o valor de 0,0006260 anos-luz, ou seja, 329,22 minutos-luz ou 5,49 horas-luz.

Figura 2 – Vista simulada do planeta-anão Plutão, baseada em medições do brilho, feitas pelo Telescópio Espacial Hubble.



Fonte: https://bv4.digitalpages.com.br/?term=Astronomia&searchpage=1&filtro=todos&from=busca&page=200&section=0#/legacy/171733

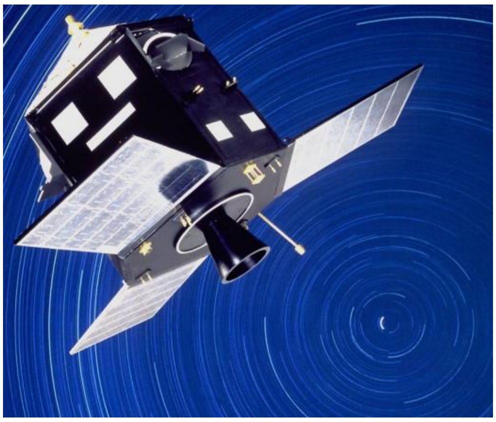
Fazendo a conta inversa, vamos calcular a distância do Sol até o distante aglomerado de Plêiades, que tem longitude aproximada de 437 anos-luz (o equivalente a 134 parsecs).

> O caso das Plêiades foi realmente apresentado como um exemplo em uma das publicações associadas ao lançamento do satélite Gaia DR1 (Gaia Collaboration et al. 2016). Usando os valores preliminares de 164 estrelas pertencentes ao aglomerado encontraram uma distância de 134 pc, confirmando assim a anomalia do valor de Hipparcos*. (Research Notes of the American Astronomical Society, Volume 2, Issue 3, article id. 150, 2018, tradução nossa) [*]

Figura 3 – O aglomerado de Plêiades

Fonte: http://www.astronoo.com/pt/artigos/pleiades.html

Figura 4 – O satélite Hipparcos



Fonte: http://sci.esa.int/hipparcos/14060-an-artist-s-impression-of-the-hipparcos-spacecraft/

Ano-luz em quilômetros: 9.460.800.000.000

Distância do Sol ao aglomerado de Plêiades em anos-luz: 437

Distância do Sol ao aglomerado de Plêiades em quilômetros:

9.460.800.000.000 * 437 = 4.134.369.600.000.000 de quilômetros (quatro quatrilhões, cento e trinta e quatro trilhões, trezentos e sessenta e nove bilhões e seiscentos milhões de quilômetros).

Há de se convir que, apesar de não ser uma operação complicada de se realizar, trabalhar com esses números estrondosos certamente dificultam o entendimento do cálculo e possivelmente confundem a compreensão do que realmente importa no tópico, neste caso as conversões de medidas de distância. A solução mais adequada a esta situação é o uso de Notação Científica. Como prévia, usando a Notação Científica, a quantidade de quilômetros citada acima, de 4.134.369.600.000.000 fica em $4{,}13 * 10^{15}$ quilômetros; muito melhor visualmente, presume-se.

A operação para encontrarmos o valor em quilômetros de um parsec também será a multiplicação, pois o mesmo é maior do que um ano-luz, medindo aproximadamente 3,26 anos-luz:

Ano-luz em quilômetros: 9.460.800.000.000
Extensão de um parsec: 3,26156 anos-luz

3,26156 * 9.460.800.000.000 = 30.856.774.878.505 quilômetros (trinta trilhões, oitocentos e cinquenta e seis bilhões, setecentos e setenta e quatro milhões, oitocentos e setenta e oito mil, quinhentos e cinco quilômetros).

E não para por aí: só para cruzar nossa galáxia, a Via Láctea, o tempo gasto seria cerca de 100.000 anos, pasmem, na velocidade da luz! Lembrando que no universo existem milhares de outras galáxias, ainda mais longínquas, as contas seriam ainda mais impressionantes.

Agora, a mais curiosa e impactante informação sobre o universo, adquirido com os estudos sobre as unidades de distância: elas funcionam como uma máquina do tempo!

Explicando melhor, se é possível observar a luz de uma estrela que está, por exemplo, a 500 anos-luz de distância de nós, aqui no planeta Terra, significa que estamos vendo-a 500 anos no passado, pois esse foi o tempo que a luz demorou para alcançar-nos; ou seja, essa estrela pode até não existir mais, pois a observamos no passado. Outro exemplo espetacular diz respeito à Andrômeda, nossa galáxia vizinha: localizada a mais de 2 milhões de anos-luz, Andrômeda é o objeto estelar mais distante passível de ser visto a olho nu, principalmente do hemisfério norte do planeta Terra. Portanto, quando olhamos para a galáxia de Andrômeda, olhamos para mais de 2 milhões de anos no passado, em uma época datada dos primórdios da humanidade.

Figura 5 – A galáxia de Andrômeda

Fonte: http://www.observatorio.ufmg.br/dicas06.htm

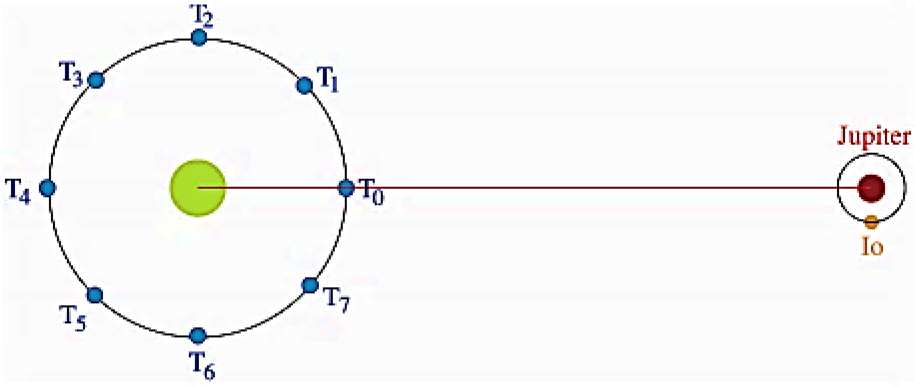
“O espaço e o tempo estão interligados. Não podemos olhar para o espaço à frente sem olhar para trás no tempo”. (SAGAN,1980, p.198)

4.1) Definição da velocidade da luz

Em 1675, o astrônomo dinamarquês Olaus Roemer (1644-1710) definiu, pela primeira vez, a velocidade da luz, com o auxílio do planeta Júpiter e uma de suas luas, a Io. Roemer mediu o intervalo entre consecutivos eclipses desta lua para diferentes pontos da órbita terrestre. Esse intervalo de tempo é o período de rotação deste satélite e pode ser calculado pela 3ª Lei de Kepler.

Olaus Roemer notou que os eclipses retardavam quando Júpiter estava mais distante do planeta Terra e adiantavam quando o mesmo estava mais próximo do nosso planeta. Roemer então atribuiu esse efeito ao tempo que a luz levava para ir de um ponto ao outro da órbita terrestre, ou seja, o tempo em que a luz levava para atravessar a diferença entre a lua Io e a Terra.

Figura 6 – ilustração de como Roemer determinou a velocidade da luz, em 1675; quando o planeta Terra, em sua órbita ao redor do Sol, está mais afastado de Júpiter (posição T4), a luz leva mais tempo alcança-lo e consequentemente, demora mais a ocorrer o eclipse da lua Io.



Fonte: http://astro.if.ufrgs.br/livro.pdf

O instante inicial, como pode ser visto na figura acima, foi denominado T_0; Roemer percebeu que 1000 segundos separavam o ponto inicial, T_0, do ponto T_4, que se situava em seu extremo oposto e delegou esse efeito ao tempo que a luz gastava para ir de uma órbita a outra do planeta Terra.

Para um melhor entendimento da ilustração, suponha que tT_0 é o momento em que o planeta Terra está na posição T_0 e acontece o primeiro eclipse; pelo fato da luz ter velocidade finita, o eclipse só será visualizado na Terra após algum tempo. Ilustrando matematicamente, temos a seguinte equação:

$$t'T_0 = tT_0 + \frac{d(T-J)T_0}{c}$$

onde c corresponde à velocidade da luz e $d(T – J)T_0$ corresponde à distância entre Júpiter e a Terra, no instante T_0.

Passado algum tempo (T_4 - T_0), o planeta Terra alcançará a posição T_4 e o momento previsto para acontecer o eclipse será denominado tT_4; na Terra, o eclipse será observado quando:

$$t'T_4 = tT_4 + \frac{d(T-J)T_4}{c}$$

O intervalo de tempo real entre os eclipses (tT_4 - tT_0) é menor que o intervalo de tempo observado entre os eclipses ($t'T_4$ - $t'T_0$); logo, a diferença pode ser definida por:

$$(t'T_4 - t'T_0) - (tT_4 - tT_0) = \frac{d(T-J)T_4 - d(T-J)T_0}{c}$$

Como Roemer definiu que a diferença é de 1000 segundos, tem-se que:

$$c = \frac{d(T-J)T4 - d(T-J)T0}{1000s} = \frac{di\hat{a}metro\ da\ \acute{o}rbita\ da\ Terra}{1000s}$$

À época, o eixo maior da órbita terrestre era aferido em 241.500.000 km, então Roemer calculou a velocidade da luz sendo:

$$c \approx \frac{241.500.000\ km}{1000s} = 241.500\ km/s$$

Atualmente, o eixo maior do planeta Terra está estabelecido em 299.795.786 km; logo, a velocidade da luz pode ser calculada por:

$$c = \frac{299.795.786\ km}{1000s} = 299.795{,}796\ km/s \approx 300.000\ km/s$$

Para se ter uma ideia, se um avião pudesse viajar na velocidade da luz, ele seria capaz de dar 7 voltas completas ao redor do planeta, na linha do Equador, em apenas 1 segundo.

Segue abaixo alguns exemplos de cálculos com anos-luz, lembrando que:

A luz viaja pelo espaço vazio à velocidade aproximada de 300.000 km/s, mas nos exemplos a seguir será considerada a velocidade exata de 300.000 km/s, para uma melhor resolução dos cálculos.

1) Sabendo-se que o planeta Marte está a aproximadamente 228 milhões de quilômetros do Sol, em média, quanto tempo, em minutos, levaria para a luz emitida pelo Sol atingir a superfície desse planeta?

$$V = \frac{300.000km}{1s} = \frac{228.000.000km}{\Delta t}$$

Onde: V = velocidade; Km = quilômetros; s = segundos

Δt = tempo que a luz percorre a distância em questão

Neste exercício, usa-se a regra de 3 simples:

$$300.000km * \Delta t = 228.000.000 * 1s$$

300.000km(∆t) = 228.000.000km/s

$$\Delta t = \frac{228.0\cancel{00.000}\cancel{km}(s)}{3\cancel{00.000}\cancel{km}}$$

$$\Delta t = \frac{2.280s}{3} =$$

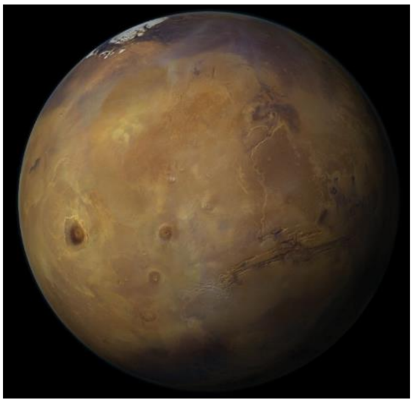
∆t = 760 s (760 segundos)

Agora, convertendo em minutos (1 minuto = 60 segundos):

$\frac{760}{60}$ ***= 12,40 ou seja, 12 minutos e 40 segundos***

R: A luz levaria 12 minutos e 40 segundos para atingir a superfície de Marte.

Figura 7 – Marte, o planeta vermelho



Fonte: https://bv4.digitalpages.com.br/?term=Astronomia&searchpage=1&filtro=todos&from=busca&page=78&section=0#/legacy/171733

2) A distância entre o planeta Saturno e o Sol é de 1.429.400.000 quilômetros. Quantos minutos a luz leva para chegar à sua superfície?

$$V = \frac{300.000km}{1s} = \frac{1.429.400.000km}{\Delta t}$$

300.000km * ∆t = 1.429.400.000 * 1s

300.000km(∆t) = 228.000.000km/s

$$\Delta t = \frac{1.429.4\cancel{00.000}\cancel{km}(s)}{3\cancel{00.000}\cancel{km}}$$

$$\Delta t = \frac{4.764{,}7s}{3} =$$

$$\Delta t = 1.588{,}2\ s\ (1.588{,}2\ \text{segundos})$$

$$\frac{1.588{,}2}{60} = 26{,}47 \text{ ou seja, 26 minutos e 47 segundos}$$

R: A luz leva 26 minutos e 47 segundos para atingir a superfície de Saturno.

Figura 8 – O planeta Saturno, dono dos anéis mais vistosos do nosso Sistema Solar

Fonte: https://bv4.digitalpages.com.br/?term=Astronomia&searchpage=1&filtro=todos&from=busca&page=78&section=0#/legacy/171733

5. Unidade Astronômica (U.A.)

Certamente, muitas pessoas, ao menos uma vez em suas vidas, já tiveram a curiosidade de saber qual a distância do planeta Terra em relação à nossa estrela mais próxima, o Sol; e exatamente por essa curiosidade existir desde a Antiguidade que essa longitude é tão importante para a Astronomia, no que diz respeito ao cálculo de grandes longitudes.

Para se ter uma ideia, os numerosos quilômetros que separam a Terra do Sol são considerados uma unidade de distância denominada Unidade Astronômica (UA) – em inglês, *Astronomical Unit (AU)* e é muito utilizada pelos astrônomos ao redor do planeta, pois é a unidade de medida mais adequada para medições dentro do nosso Sistema Solar.

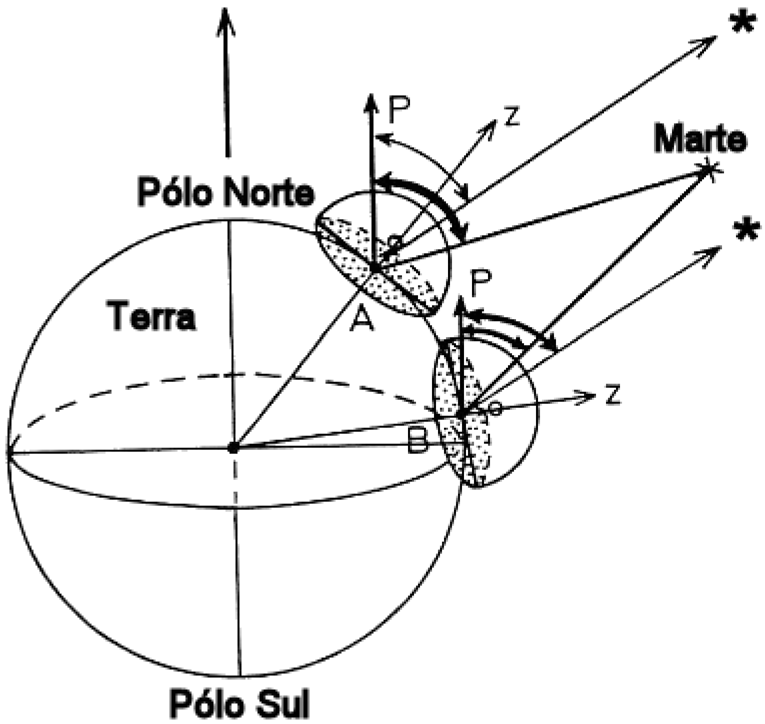
> (...) A unidade astronômica é aproximadamente igual à distância média entre a Terra e o Sol. É o raio de uma órbita newtoniana circular não perturbada em redor do Sol de uma partícula de massa infinitesimal, se deslocando a uma velocidade média de 0,017 202 098 95 radianos por dia. (Manual do Inmetro, 1ª Edição Brasileira da 8ª Edição do BIPM, de 2012, página 39)

O esforço mútuo de quatro cientistas, que trabalharam em conjunto no ano de 1672, mais precisamente entre os dias 05 de setembro e 1° de outubro, culminou com a primeira estimativa precisa do valor da Unidade Astronômica.

Esses cientistas dispuseram-se em locais distintos do planeta Terra, e simultaneamente observaram e estudaram o planeta Marte. Os locais escolhidos foram Cayenne, na Guiana Francesa, onde encontrava-se Jean Richer (1630 – 1696) e Paris, na França, onde estavam Jean-Félix Picard (1620 – 1682) e o astrônomo dinamarquês Ole Christensen Romer (1644 – 1710), que na ilustre companhia de Giovanni Domenico Cassini (1625 – 1712) estimaram a paralaxe de Marte em 18”, entre as cidades de Cayenne e Paris, que são distantes uma da outra em 7.200 quilômetros.

Os cientistas consideraram a distância entre Marte e Sol em 1,52 UA, determinada pela terceira Lei de Kepler, e presumiram que essa longitude, em quilômetros, correspondia a 140.000.000 km. O valor correto entre Marte-Sol é de 149,597870691 milhões de quilômetros, mas essa margem de erro deu-se pela carência de equipamentos mais precisos para estas medições, à época.

Figura – A paralaxe do planeta Marte



Fonte: http://astro.if.ufrgs.br/dist/dist.htm#cayennemarte.gif

Há uma técnica mais adequada e assertiva para o cálculo do comprimento da Unidade Astronômica: a emissão de ondas de rádio, através de radar. Entretanto, se a tentativa for feita diretamente ao Sol, o eco das emissões se perderiam pelo espaço, pois o Sol emite grande quantidade de sinais de rádio também.

Outra maneira de se obter a longitude através de sinais de radar é de forma indireta, ou seja, envia-se um sinal de radar a Marte no momento em que ele estiver em oposição, que representa o momento em o planeta Terra passa entre Marte e o Sol e que ocorre a cada 26 meses terrestres. Nesta posição, Marte está 77.790.890 quilômetros distante da Terra e essa distância equivale a 0,52 UA.

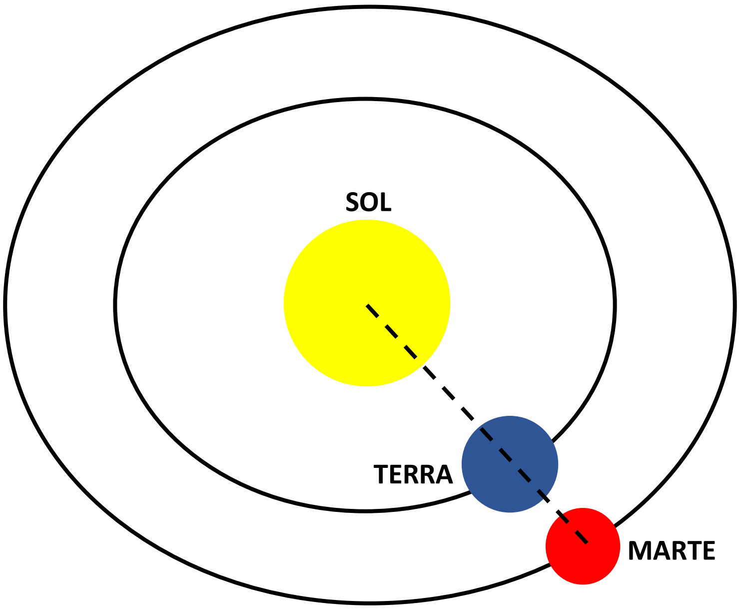
Desse modo, tem-se:

$$\boldsymbol{1\ UA = \frac{77.790.890\ km}{0{,}52\ UA} = 149.597.865{,}3846}\ \text{ou}\ \boldsymbol{1{,}496 * 10^{8}\ km}$$

Pode-se obter, também, em unidades astronômicas, a distância para qualquer objeto, através da equação:

$$\boldsymbol{d(UA) = \frac{1}{p(rad)}}\ ,\ \text{sendo}\ \boldsymbol{p(rad)}\ \text{a paralaxe obtida.}$$

Figura – O planeta Marte em oposição ao planeta Terra



Fonte própria

Figura – Ilustração de uma Unidade Astronômica

Fonte própria

6. Parsec (pc)

Foi observada, nesta monografia, a possibilidade de calcular a qual velocidade a luz viaja pelo vácuo espacial e como converter distâncias de anos-luz em quilômetros; encontramos a longitude da Terra à Lua e também ao Sol, além de conhecer uma forma muito interessante de cálculos estelares, conhecida como paralaxe.

Imaginem agora uma medida utilizada para aferir a distância de estrelas longínquas, cinturões, nuvens espaciais e até mesmo outras galáxias! Essa medida denomina-se parsec – "*par"* origina-se da palavra *parallax* (paralaxe em inglês) e "sec" deriva da palavra *second* (segundo, em inglês), além de seus múltiplos quiloparsecs (kpc), equivalente a 1000 parsecs, o megaparsecs (Mpc), que equivale a 1 milhão de parsecs e o assombroso gigaparsecs (Gpc), correspondente a 1 bilhão de parsecs.

Obtém-se um parsec ao inverter o ângulo de uma paralaxe estelar, expressa em segundos. Exemplificando melhor, o parsec equivale à longitude de um certo objeto, onde um observador nesse objeto poderia ver o raio da órbita terrestre com medida angular de 1". Resumindo, o parsec é a distância apresentado por um objeto com 1" de paralaxe heliocêntrica.

$$d(pc) = \frac{1}{p('')}$$

Onde ***d(pc)*** é a distância em parsec = ***1*** dividido pela ***paralaxe(segundos de arco)***

A relação entre parsec e UA será definido por:

$$1\ pc = \frac{1}{1''}\ \text{ e }\ 1\ UA = \frac{1}{1\ rad}$$

Para obter-se o cálculo, basta conhecer o valor de quantos segundos de arco tem um radiano:

$$1'' = \frac{1}{3.600''} * \frac{2\pi(rad)}{360°} = 4{,}848*10^{-6}\ rad$$

O resultado será: ***1 pc = 1,4848*10^{-6} rad = 206.265 UA***

Relembrando que ***1 UA = 1,496*10^{8} km***, então:

1 pc = 206.265*1,496*10^{8} km = 3,003*10^{13} km

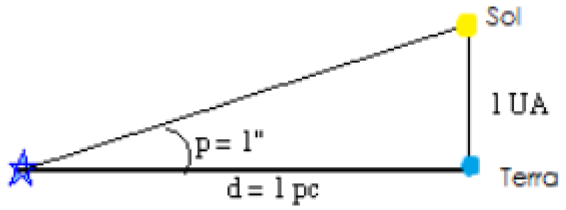
E como 1 ano-luz (AL) = $9,46 \cdot 10^{12}$ km, a relação entre parsec e ano-luz corresponde a:

$$\mathbf{1pc = 3,003*10^{13}\ km\ /\ (9,46*10^{12}\ km/AL) = 3,26\ AL}$$

Resumindo, um parsec corresponde a:

- ***206.265 UA ou 3,26 anos-luz = 30.856.804.861.815 km; utilizando a notação científica, obtém-se 3,0856 * 10^{13} km.***

Figura – Parsec representado por um ângulo



Fonte: http://www.if.ufrgs.br/fis02001/aulas/Aula11-122.pdf

A Próxima Centauri, a estrela mais próxima do planeta Terra, com exceção do Sol, está situada a uma longitude de 4,3 anos-luz; como o parsec equivale a 3,26 anos-luz, esta distância equivale 1,32 parsecs. Contudo, até para a estrela mais próxima à Terra, desconsiderando o Sol, a paralaxe não atinge 1”, lembrando que quanto maior for a distância da estrela, menor será a paralaxe, como pode-se ver na tabela abaixo:

ESTRELA	***PARALAXE π (“)***	***DIST. PARSECS***	***DIST. ANOS-LUZ***
Próxima Centauri	0,772”	1,295 pc	4,223 a.l.
Sírius	0,379”	2,638 pc	8,606 a.l.
Procyon	0,286”	3,496 pc	11,404 a.l.

Através das fórmulas, podemos conferir os valores mostrados na tabela. Abaixo seguem as fórmulas para descobrir a distância em parsecs (1) e em anos-luz (2), lembrando que 1 parsec equivale a 3,26 anos-luz:

$$d(pc) = \frac{1}{p('')} \quad \text{e} \quad d(al) = \frac{1pc}{p('')} \quad \text{ou} \quad d(al) = \frac{3,26}{p('')}$$

Estrela Próxima Centauri:

d(pc) = $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0{,}772''}}$ = 1,295 parsecs

d(al) = $\frac{\mathbf{3{,}26}}{\mathbf{0{,}772}}$ = 4,223 anos-luz

Estrela Sírius:

d(pc) = $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0{,}379''}}$ = 2,638 parsecs

d(al) = $\frac{\mathbf{3{,}26}}{\mathbf{0{,}379}}$ = 8,606 anos-luz

Estrela Procyon:

d(pc) = $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0{,}286''}}$ = 3,496 parsecs

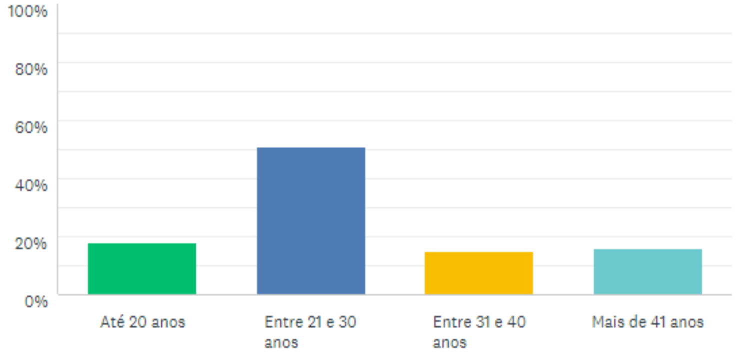
d(al) = $\frac{\mathbf{3{,}26}}{\mathbf{0{,}772}}$ = 4,23 anos-luz

7. PESQUISA

Pergunta 1:

Qual a sua faixa etária?

Answered: 100 Skipped: 8

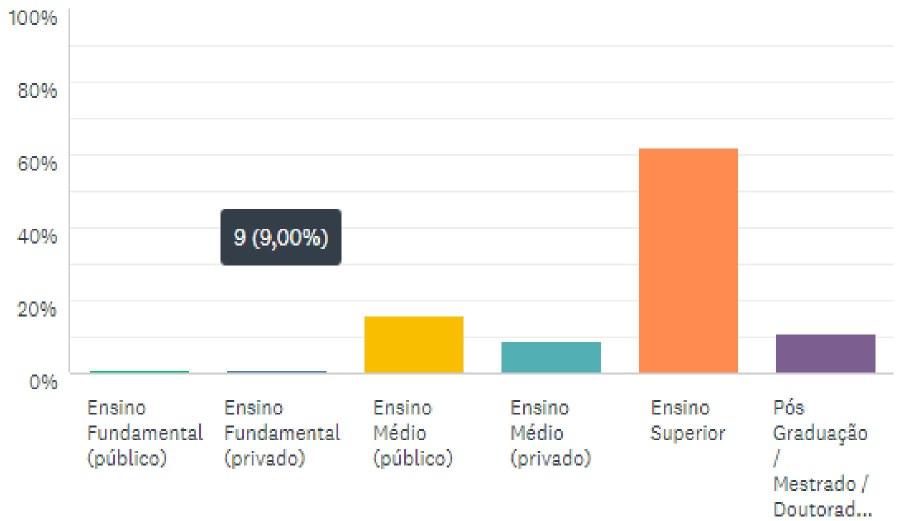


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Até 20 anos	18,00%	18
Entre 21 e 30 anos	51,00%	51
Entre 31 e 40 anos	15,00%	15
Mais de 41 anos	16,00%	16
TOTAL		100

Pergunta 2:

Qual seu grau de instrução?

Answered: 100 Skipped: 8

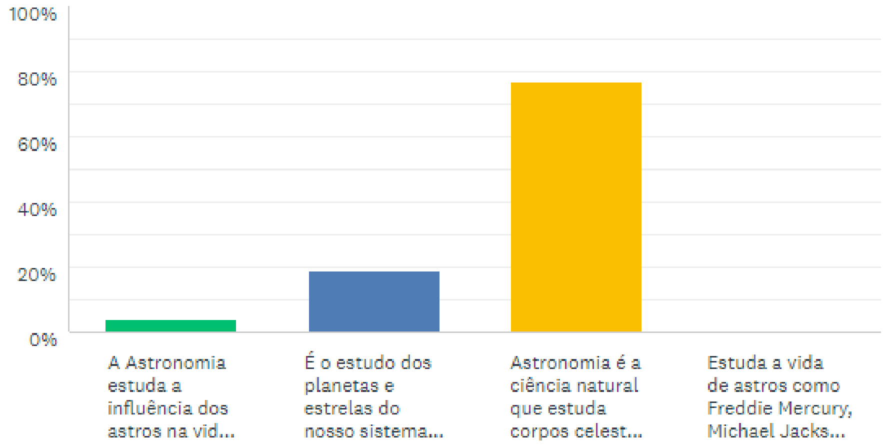


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Ensino Fundamental (público)	1,00%	1
Ensino Fundamental (privado)	1,00%	1
Ensino Médio (público)	16,00%	16
Ensino Médio (privado)	9,00%	9
Ensino Superior	62,00%	62
Pós Graduação / Mestrado / Doutorado / MBA	11,00%	11
TOTAL		100

Pergunta 3:

Você sabe o que é Astronomia?

Answered: 100 Skipped: 8

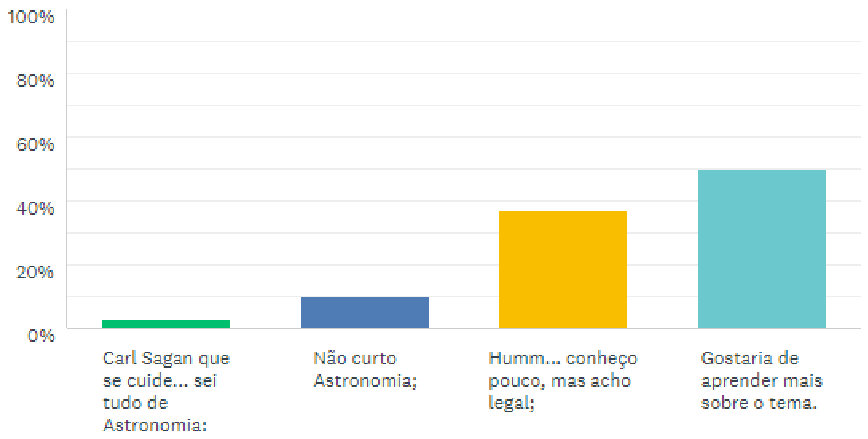


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
A Astronomia estuda a influência dos astros na vida das pessoas;	4,00%	4
É o estudo dos planetas e estrelas do nosso sistema solar;	19,00%	19
Astronomia é a ciência natural que estuda corpos celestes e fenômenos que se originam fora da atmosfera da Terra;	77,00%	77
Estuda a vida de astros como Freddie Mercury, Michael Jackson, Lady Gaga, entre outros.	0,00%	0
TOTAL		100

Pergunta 4:

Qual sua relação com a Astronomia?

Answered: 100 Skipped: 8

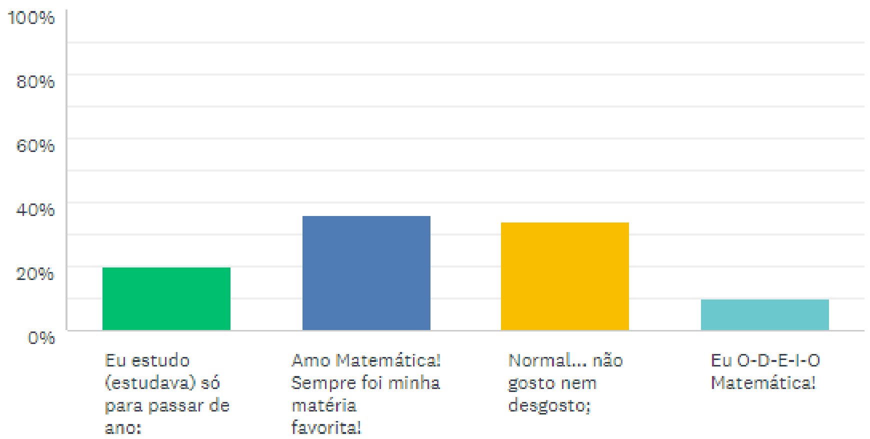


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Carl Sagan que se cuide... sei tudo de Astronomia;	3,00%	3
Não curto Astronomia;	10,00%	10
Humm... conheço pouco, mas acho legal;	37,00%	37
Gostaria de aprender mais sobre o tema.	50,00%	50
TOTAL		100

Pergunta 5:

Qual sua relação com a Matemática?

Answered: 100 Skipped: 8

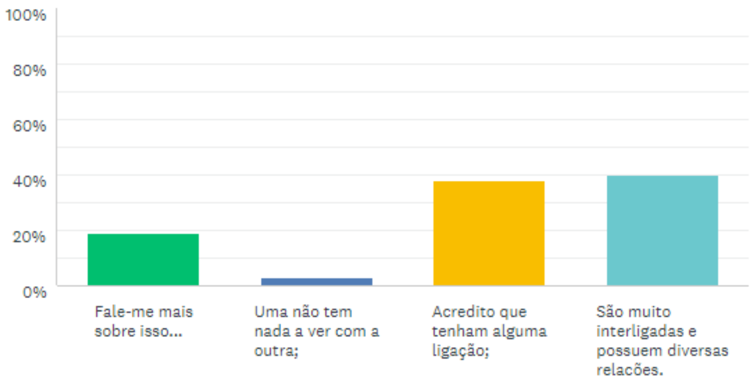


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Eu estudo (estudava) só para passar de ano;	20,00%	20
Amo Matemática! Sempre foi minha matéria favorita!	36,00%	36
Normal... não gosto nem desgosto;	34,00%	34
Eu O-D-E-I-O Matemática!	10,00%	10
TOTAL		100

Pergunta 6:

Matemática e Astronomia... tudo a ver?

Answered: 100   Skipped: 8

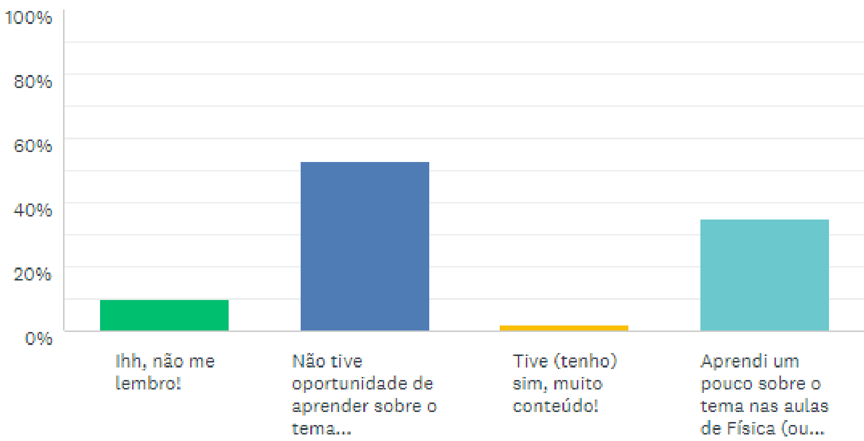


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Fale-me mais sobre isso...	19,00%	19
Uma não tem nada a ver com a outra;	3,00%	3
Acredito que tenham alguma ligação;	38,00%	38
São muito interligadas e possuem diversas relações.	40,00%	40
TOTAL		100

Pergunta 7:

Você teve (ou tem) ensino sobre Astronomia no Ensino Médio?

Answered: 100   Skipped: 8

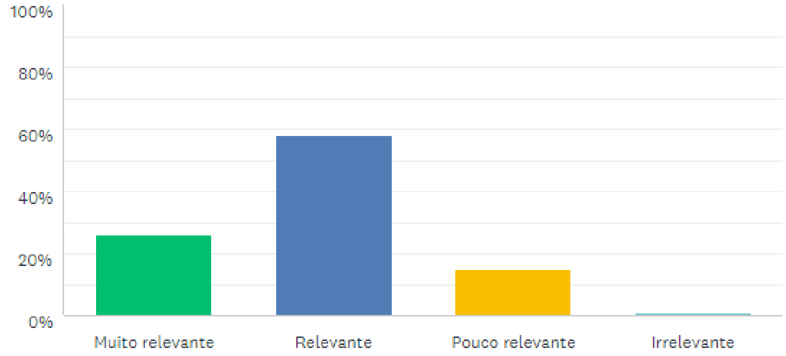


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Ihh, não me lembro!	10,00%	10
Não tive oportunidade de aprender sobre o tema...	53,00%	53
Tive (tenho) sim, muito conteúdo!	2,00%	2
Aprendi um pouco sobre o tema nas aulas de Física (ou Matemática).	35,00%	35
TOTAL		100

Pergunta 8:

Em sua opinião, qual a importância do ensino de Astronomia no Ensino Médio?

Answered: 100   Skipped: 8

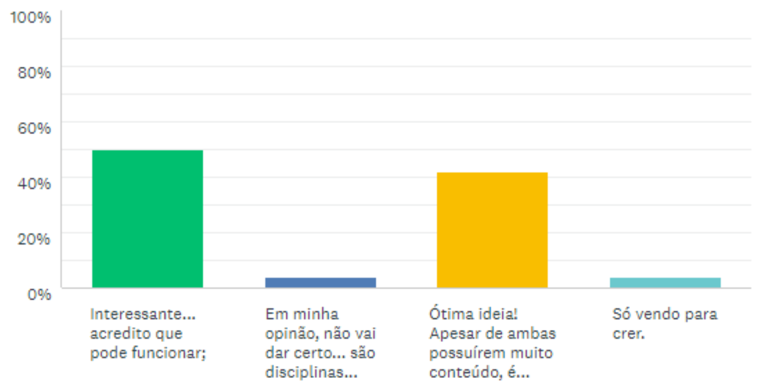


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Muito relevante	26,00%	26
Relevante	58,00%	58
Pouco relevante	15,00%	15
Irrelevante	1,00%	1
TOTAL		100

Pergunta 9:

Estou em um projeto que visa ensinar Matemática através da Astronomia e vice-versa... o que você pensa a respeito desta prática?

Answered: 100   Skipped: 8

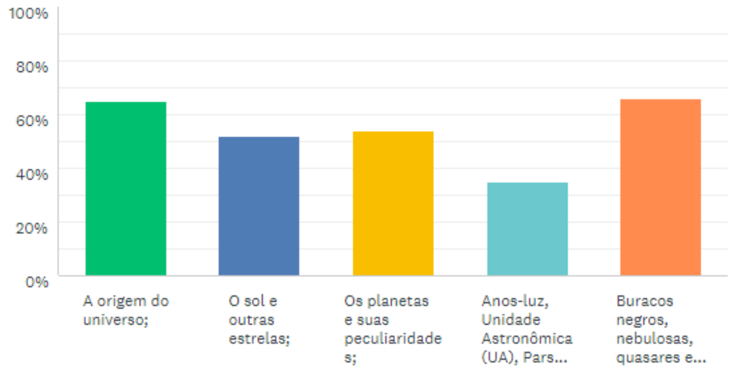


OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
Interessante... acredito que pode funcionar;	50,00%	50
Em minha opinião, não vai dar certo... são disciplinas muito complexas e requerem atenção única;	4,00%	4
Ótima ideia! Apesar de ambas possuírem muito conteúdo, é possível sim conciliá-las em alguns tópicos;	42,00%	42
Só vendo para crer.	4,00%	4
TOTAL		100

Pergunta 10:

Qual destes assuntos mais lhe interessa? (marque quantas julgar necessário)

Answered: 100 Skipped: 8



OPÇÕES DE RESPOSTA	RESPOSTAS	
A origem do universo;	65,00%	65
O sol e outras estrelas;	52,00%	52
Os planetas e suas peculiaridades;	54,00%	54
Anos-luz, Unidade Astronômica (UA), Parsecs e outras unidades de distância;	35,00%	35
Buracos negros, nebulosas, quasares e outros temas mais complexos.	66,00%	66
Total de respondentes: 100		

7.1. Análise da Pesquisa

A pesquisa é bem simples e explicativa, e visa saber, em média, a faixa etária e o grau de instrução dos pesquisados.

Outro ponto importante diz respeito a qual o contato que o entrevistado teve ou tem com a Astronomia e se há influência do tipo de colégio em que estudou, pago ou público.

E por último, entender um pouco o que acham da relação entre Matemática e Astronomia e qual o interesse das pessoas nestas ciências.

A primeira questão perguntava sobre a idade das pessoas que responderam o questionário. A grande maioria (51%) dos entrevistados está na faixa etária dos 21 aos 30 anos, uma idade geralmente relacionada ao ensino superior. E exatamente na segunda questão, que indagou sobre o grau de instrução dos pesquisados, que essa informação foi confirmada; com 62%, a porcentagem de pessoas que cursam ou já cursaram o terceiro grau foi bastante superior.

A terceira questão teve um toque de humor, e perguntava sobre do que se trata a Astronomia; com 77% de acertos, a maioria demonstrou conhecer sobre o tema.

Já na quarta questão, um ponto interessante: exatos 50% dos entrevistados responderam que gostariam de aprender mais sobre Astronomia; um fato que demonstra a carência desta disciplina nos colégios em geral.

Na quinta questão, trouxe o foco para a Matemática e houve uma disputa acirrada entre aqueles que amam a matéria (36%) com aqueles que são alheios a ela (34%).

A sexta questão perguntou se a Matemática e a Astronomia são interligadas, e a grande maioria concordou que sim; somando os que acreditam que essas duas ciências são muito interligadas (40%), com as que acreditam que elas tenham ligações (38%), o percentual chega a 78%!

Um fato triste, em minha opinião, foi ressaltado na sétima questão: mais da metade (53%) dos entrevistados não teve oportunidade de aprender sobre o tema e 35% aprendeu apenas um pouco, junto às aulas de Física ou Matemática.

Na oitava questão, 58% dos entrevistados disseram que acha relevante o ensino de Astronomia no ensino médio e 26% acreditam que seja muito relevante.

A nona questão foi elaborada para que eu pudesse entender se as pessoas gostam de aprender Matemática de uma forma diferente, no caso, através da Astronomia, e a resposta foi bem positiva: 50% acreditam o ensino de Matemática através da Astronomia pode funcionar e 42% acham que essas duas ciências podem ser conciliadas, apesar do extenso conteúdo de ambas.

A décima e última questão foi criada para saber de quais assuntos as pessoas gostam mais, em Astronomia; o assunto vencedor, com 65%, foi sobre a origem do universo; será que as pessoas querem saber sobre o universo ou sobre si mesmas?

Dados coletados através da rede social Facebook, por meio de uma pesquisa criada na ferramenta “Formulários Google” disponibilizado no site da Google.

8. Referências

SAGAN, CARL. (1980). *COSMOS*. Estados Unidos, Random house.

http://www.inmetro.gov.br/inovacao/publicacoes/si_versao_final.pdf

https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/185561

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/111341/mod_resource/content/1/Conceitos%20de%20astronomia.pdf

http://www.astro.iag.usp.br/~jane/aga215/apostila/cap08.pdf

https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=MT03Hn8WXYgC&oi=fnd&pg=PA7&ots=0b8U5bFijU&sig=7y__Rit8JKaFi5ZFEX-d6VOldeA&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=4232-colecaoexplorandooensino-vol11&category_slug=marco-2010-pdf&Itemid=30192

http://www.if.ufrgs.br/oei/exp/paralaxe.htm

http://astro.if.ufrgs.br/antiga/

http://astro.if.ufrgs.br/p1/

http://astro.if.ufrgs.br/index.htm

https://archive.org/details/AristarcoDeSamosTamanhosDistanciasSolLua

http://astro.if.ufrgs.br/estrelas/

https://books.google.com.br/books?id=3tyNDwAAQBAJ&pg=PA24&dq=distancia+das+estrelas&hl=pt-BR&sa=X&ved=0ahUKEwixys2uwZXiAhXoHbkGHe4MDrQQ6AEIMzAC#v=onepage&q=distancia%20das%20estrelas&f=false

https://books.google.com.br/books?id=IPWZCh1awFIC&pg=PA138&dq=distancia+das+estrelas&hl=pt-BR&sa=X&ved=0ahUKEwixys2uwZXiAhXoHbkGHe4MDrQQ6AEIKTAA#v=onepage&q=distancia%20das%20estrelas&f=false

https://bv4.digitalpages.com.br/?term=Astronomia&searchpage=1&filtro=todos&from=busca&page=6&section=0#/legacy/171733

https://bv4.digitalpages.com.br/?term=elipses&searchpage=1&filtro=todos&from=busca&page=4&section=0#/legacy/129462

http://www.astro.iag.usp.br/OCeuQueNosEnvolve.pdf
http://astro.if.ufrgs.br/livro.pdf

http://sites.uac.pt/mea/files/2012/12/am1213-17C2.pdf

https://dspace.unila.edu.br/123456789/1757

http://www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/minicursos/matematicanoensinodaastronomia.pdf

http://www.das.inpe.br/ciaa/cd/HTML/dia_a_dia/1_7_1.htm. Acesso: 25/01/2016

http://www.zenite.nu/search_gcse/?q=unidade%20astron%C3%B4mica

http://www.observatorio.ufmg.br

http://www.astronoo.com/pt/estrelas-proximas.html

https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2515-5172/aada8b/meta

http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/Hipparcos_overview

http://www.if.ufrgs.br/fis02001/aulas/Aula11-122.pdf

http://astro.if.ufrgs.br/dist/dist.htm#cayennemarte.gif

www.iag.usp.br

http://www.jornaldebrasilia.com.br/cidades/cemab-em-contato-com-astronautas/

http://cdn.history.com/sites/2/2015/04/hith-stonehenge-superhenge-iStock_000012937253Large-E.jpeg

http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/atividades_diversas/ativ28/erast.htm

https://web.archive.org/web/20141010073450/http://www.cic.ulp.edu.ar/CICWeb/Contenido/Pagina53/File/Mini-Curso-Eratostenes,-Um-Genio-do-Tamanho-da-Terra.pdf https://clubecarj.wordexpress.com/2016/11/28/medindo-a-distancia-da-terra-a-lua-com-laser/

www.if.ufrgs.br

http://www.observatorio.iag.usp.br/index.php/mencurio/curiodefin.html

http://www.cepa.if.usp.br/e-fisica/mecanica/basico/cap04_05.php

https://pt.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-exponents-radicals/pre-algebra-scientific-notation/a/scientific-notation-review

https://web.archive.org/web/20090422091351/http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/arquimedes/trabalho.htm

http://www.if.ufrgs.br/tex/fis01043/20012/Severo/arquimedes.html